

**Во всех задачах нужно привести полное решение.**

**Задача 1.** Найдите на плоскости  $Oxy$  точку  $A(x_0, y_0)$  такую, чтобы сумма квадратов расстояний от  $A$  до прямых  $x = 1$ ,  $y = 0$  и  $x + y = 4$  была бы наименьшей.

**Задача 2.** Докажите неравенство

$$\frac{\sqrt{2}}{3} < \int_{-1}^1 \frac{\cos x}{2 + x^2} dx < 1.$$

**Задача 3.** Напишите уравнения асимптот гиперболы

$$5x^2 - 9xy + 4y^2 - 10x + 2y - 1 = 0.$$

**Задача 4.** Решите задачу Коши

$$xy \frac{\partial z}{\partial x} + xz \frac{\partial z}{\partial y} = yz, \quad z = 1 + y^2 \quad \text{при} \quad x = 1.$$

**Задача 5.** Найдите значение вещественного параметра  $a$ , при котором одним из корней многочлена  $P(z) = z^4 - 2z^3 - 2z + a$  является число  $2 - i$ . При данном  $a$  разложите этот многочлен на множители над полем  $\mathbb{C}$  и над полем  $\mathbb{R}$ .

**Задача 6.** Для алфавитного кодирования  $a \mapsto 10$ ,  $b \mapsto 01$ ,  $c \mapsto 12$ ,  $d \mapsto 012$ ,  $e \mapsto 2100$ ,  $f \mapsto 12011$ ,  $g \mapsto 12010$  из алфавита  $\{a, b, c, d, e, f, g\}$  в алфавит  $\{0, 1, 2\}$  найдите слово, декодируемое неоднозначно.

**Задача 7.** Два стрелка,  $A$  и  $B$ , стреляют по некоторой цели по очереди (независимо друг от друга). Начинает стрелок  $A$ . Выигрывает тот, кто попадет первым. Количество выстрелов не ограничено. Вероятность попадания у стрелка  $A$  равна  $p$ , у стрелка  $B$  равна  $1 - p$ . Найдите все значения  $p \in [0, 1]$ , при которых вероятности выигрыша у обоих стрелков в этом состязании равны.

**Задача 8.** Колесо радиусом  $r = 15$  см и массой  $m = 12$  кг катится без трения по горизонтальной плоскости, пока не встретит на своем пути ступеньку высотой  $h = 10$  см. Найдите минимальную скорость колеса, при котором оно сможет заехать на ступеньку. Удар о ступеньку считайте абсолютно неупругим.

**Задача 9.** В пространстве  $l_2$  квадратично суммируемых последовательностей найдите спектр оператора  $A$  умножения на ограниченную последовательность  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots\}$ , где  $\lambda_k = \sin k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .

**Задача 10.** По заданному числу  $C$  найдите такое число  $x$ , что  $x^2 + \sqrt{x} = C$ , с точностью не менее 3 знаков после запятой. Напишите программу на известном Вам языке программирования без использования стандартных пакетов по поиску решений.

**Входные данные**

В единственной строке содержится вещественное число  $C$ ,  $1 \leq C \leq 100$ .

**Выходные данные**

*Выведите одно число — искомый  $x$ .*

***Примеры***

*входные данные*

2.0

*выходные данные*

1.000

*входные данные*

18

*выходные данные*

4.000