# Об одном алгоритме построения субоптимальных траекторий с использованием эллипсоидальных методов в задаче управления

***Паршиков Мирон Вячеславович***

*Студент*

*Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

*E-mail:* miron232734@gmail.com

***Научный руководитель*** — *Точилин Павел Александрович*

В данной работе представлен алгоритм приближённого решения задачи быстродействия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = Ax + Bu + f,\ x \in \Omega,\ t \in [0, +\infty), \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $f \in \mathbb{R}^n$, при заданных жёстких поточечных ограничениях на возможные значения управляющих параметров: $u \in \mathcal{P} = \mathcal{E}(p, P)$; и с учетом огибания неподвижных препятствий. Здесь $\mathcal{E}(p, P)$ – эллипсоид с центром $p \in \mathbb{R}^m$ и матрицей конфигурации $P \in \mathbb{R}^{m\times m}$.

Основная идея состоит в использовании модификации алгоритма поиска субоптимальных путей при помощи быстро растущих случайных деревьев [1–2]. Наиболее сложная часть этого алгоритма состоит в поиске оптимальных траекторий для задач о переводе системы из одной фиксированной позиции $x_0 \in \Omega$ в другую заданную, близкую к ней позицию $x_1 \in \Omega$ без учёта фазовых ограничений. Эту подзадачу предлагается решать при помощи методов эллипсоидального исчисления [3]. Используя их, в алгоритме на каждой итерации строятся семейства внутренних эллипсоидальных оценок множеств разрешимости, и по ним определяются оценки времени быстродействия, а также соответствующие оптимальные управления. Такой подход позволяет достаточно эффективно искать субоптимальные траектории как для линейных систем с большой размерностью фазового пространства, так и для систем с нелинейной динамикой (за счёт локальной линеаризации).

Результатом работы алгоритма является дерево $\Gamma = (V, E)$, где $V$ – множество вершин, $E$ – множество дуг, и каждой вершине $v \in V$ будет сопоставлено минимальное найденное время её достижения $C(v)$ из начальной точки $x_{start}$, являющейся корнем дерева.

В работе последовательно разобраны применения алгоритма для линейного и нелинейного случая; приведены соответствующие примеры вычислений, для получения которых была написана программа на языке программирования Python3.

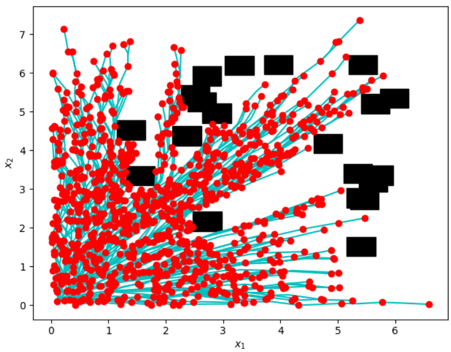
Ниже приведен пример работы алгоритма для случая линейной динамики при следующих параметрах системы:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

а на управляющие параметры наложены ограничения: $u \in \mathcal{P} = \mathcal{E}(p, P)$, где

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

## Иллюстрации




Результат работы алгоритма на момент, когда $|V| = 1000$.

## Литература


1. Karaman S., Frazzoli E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning // The international Journal of Robotics Research, V. 30, I. 7, 2011, P. 846 – 894.
2. Webb D.J., van der Berg J. Kinodynamic RRT*: Asymptotically optimal motion planning for robots with linear dynamics // Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Automation, 2013, P. 5054 – 5061.
3. Kurzhanski A.B., Varaiya P. On ellipsoidal techniques for reachability analysis. Part II: internal approximations, box-valued constraints // Optimization Methods and Software, V. 17, 2002, P. 207 – 237.