Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Вычисление функций коллективами из двух автоматов.

Научный руководитель – Волков Николай Юрьевич

Ушакова Валентина Владимировна
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической теории интеллектуальных систем, Москва, Россия
E-mail: valentina.ushakova92@gmail.com

Ключевые слова: коллектив автоматов, лабиринт, вычислимость, целочисленные функции

В работе исследуется возможность вычисления одноместных целочисленных функций коллективами из двух автоматов. Рассматриваются частично определённые целочисленные функции от одной переменной. Полностью решена задача нахождения класса таких функций, вычислимых коллективами из двух автоматов.

Множество всех целых точек на прямой будем обозначать символом $\mathbb{Z}$, рассматривая это множество как геометрический объект, а именно, как лабиринт, в котором могут перемещаться автоматы. Точку на этой прямой будем идентифицировать при помощи ее координаты x.

Под автоматом будем понимать конечный автомат вида

$\mathcal{A}=(A, Q, B, \varphi, \psi, R, V)$, где A - входной, B - выходной, Q - внутренний алфавиты автомата $\mathcal{A}$, $\varphi : Q\times A \to Q$ и $\psi : Q\times A \to B$ - функции переходов и выходов $\mathcal{A}$, соответственно, $R\in \mathbb{N}$ - обзор автомата, $V \leq R$ - скорость автомата.

Будем рассматривать поведение коллектива автоматов $K = (W_1, W_2)(R, V)$, где W_1, W_2 - неинициальные автоматы, чьи начальные состояния зависят от знака a.

Множество $\mathbb{D} \subseteq \mathbb{Z}$ периодично, если если найдутся числа $T^-, T^+, T_0^+ \in\mathbb{N}$, $T_0^- \in\mathbb{Z}$, $T_0^-<0$, такие, что

а) $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x > T_0^+$, будет верно, что если $x \in \mathbb{D}$, то $x + k * T^+ \in \mathbb{D}$.

б) $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x<T_0^-$, будет верно, что если $x \in \mathbb{D}$, то $x - k * T^- \in \mathbb{D}$.

Назовем функцию $g : \mathbb{D} \to \mathbb{Z}$ ($\mathbb{D} \subseteq \mathbb{Z}$ периодично) периодической с периодами T^+ и T^- и предпериодами T_0^+ и T_0^-, если

а) $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x > T_0^+$, верно $g(x) = g(x + k * T^+)$.

б) $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x < T_0^-$, верно $g(x) = g(x - k * T^-)$.

Функцией из класса $G_{x+const}$ назовем функцию $g : \mathbb{D} \to \mathbb{Z}$ следующего вида:

а) существуют $T_0^+ \in \mathbb{N}_0$, $C_1 \in \mathbb{Z}$, такие что $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x > T_0^+$, верно $g(x) = x + C_1$.

б) существуют $T_0^- \in \mathbb{Z}, T_0^- < 0, C_2 \in \mathbb{Z}$, такие что $\forall\ k \in \mathbb{N}$, $\forall\ x < T_0^-$, верно $g(x) = x - C_2$.

Будем говорить, что коллектив автоматов K остановился в такт времени t, если, начиная с этого такта, выходные символы обоих автоматов коллектива всегда нулевые и их состояния не меняются.

Расположение автоматов коллектива $K = (W_1, W_2)(R, V)$ в лабиринте $\mathbb{Z}$, при котором автомат W_1, находится в точке x_0, а W_2 находится в точке $x_0 + a$ (где $a \in \mathbb{Z}$), назовем а-расстановкой с центром x_0.

Пусть дана целочисленная одноместная функция $g : \mathbb{D} \to \mathbb{Z}$, где $\mathbb{D} \subseteq \mathbb{Z}$. Будем говорить, что коллектив автоматов K вычисляет функцию g, если стартуя в лабиринте $\mathbb{Z}$ из любой $a-$расстановки, коллектив K не остановится, если $a \notin \mathbb{D}$ и, если $a \in \mathbb{D}$, в некоторый такт времени коллектив K остановится в $g(a)-$ расстановке с произвольным центром.

Теорема. Класс $G_2^{R,V}$ описывается следующим образом:
1) $G_2^{R,V}$содержит все функции из класса $G_{x+const}$;
2) $G_2^{R,V}$содержит все периодические функции;
3) $G_2^{R,V}$содержит все функции, которые на одной полуоси ведут себя как функции из п.1, а на другой - как функции из п.2;
4) $G_2^{R,V}$ не содержит функций, кроме функций из п.1-п.3.

Источники и литература

1) Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. *Введение в теорию автоматов.* Наука, 1985.
2) Г. Килибарда, В.Б. Кудрявцев, Ш. Ушчумлич.*Коллективы автоматов в лабиринтах.* Дискретная математика, т. 15 вып. 3, 2003.
3) Н.Ю.Волков. *Об автоматной модели преследования.* Дискретная математика, т.19, вып.2., стр. 131-160, 2007 г.
4) Н.Ю. Волков, В.В. Ушакова. *О вычислимости функций коллективами из двух автоматов.* Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2016 г. том 20 выпуск 4 С. 21-24