

Гарантированное оценивание неизвестного параметра, линейно входящего в снос стохастического дифференциального уравнения Ито с периодическими коэффициентами

Научный руководитель – Бондарев Борис Владимирович

Мельничук Наталия Юрьевна

Аспирант

Донецкий национальный университет, Факультет математики и информационных технологий, Кафедра теории вероятностей и математической статистики, Донецк, Украина

E-mail: nata-250396@yandex.ru

Рассматривается стохастическое дифференциальное уравнение:

$$d\xi_{\theta_0}(t) = \theta_0 a(\xi_{\theta_0}(t)) + \sigma(\xi_{\theta_0}(t)) dW_1(t), \quad (1)$$

где θ_0 – неизвестный параметр, $\theta_0 \in \Theta$, Θ – некоторое ограниченное параметрическое множество, $W_1(t)$ – винеровский процесс. Коэффициенты $a(x)$, $\sigma(x)$ описываются неравенством:

$$\frac{a^2(x)}{\sigma^2(x)} + \frac{\sigma^2(x)}{2} \frac{e^{-x}}{2 - e^{-x}} \geq \rho^2 > 0. \quad (2)$$

Коэффициенты, как и в [1], $a(x)$, $\sigma(x)$ – ограниченные, 1-периодические функции, имеющие производные первого порядка, удовлетворяющие условию Гёльдера. Плотность мер для (1) выписывается через:

$$\frac{d\mu_{\theta}}{d\mu_{\theta_0}}(\xi_{\theta_0}(t)) = \exp \left\{ (\theta - \theta_0) \int_0^T \frac{a(\xi_{\theta_0}(t))}{\sigma(\xi_{\theta_0}(t))} dW_1(t) - \frac{1}{2} (\theta - \theta_0)^2 \int_0^T \frac{a^2(\xi_{\theta_0}(t))}{\sigma^2(\xi_{\theta_0}(t))} dt \right\}. \quad (3)$$

В качестве оценки неизвестного параметра возьмем выражение, которое является согласно [2] оценкой максимального правдоподобия:

$$\theta_T = \int_0^T \frac{a(\xi_{\theta_0}(t))}{\sigma(\xi_{\theta_0}(t))} \xi_{\theta_0}(t) / \int_0^T \frac{a^2(\xi_{\theta_0}(t))}{\sigma^2(\xi_{\theta_0}(t))} dt. \quad (4)$$

В работе построен доверительный интервал для оценки неизвестного параметра в сносе стохастического дифференциального уравнения Ито в случае периодических коэффициентов, используется техника мартингалльных экспоненциальных неравенств, плотность вероятностных мер. В качестве оценки неизвестного параметра рассматривается оценка максимального правдоподобия. Построен интервал накрытия неизвестного параметра с гарантированной вероятностью накрытия. Результаты для частного случая рассматриваемой задачи представлены в [3]. В проведении гарантированного оценивания неизвестного параметра получили экспоненциально быстрое убывание справа, что говорит о достаточно высоком качестве построенной оценки для неизвестного параметра, линейно входящего в снос стохастического дифференциального уравнения Ито с периодическими коэффициентами.

Источники и литература

- 1) Бондарев Б.В. Неравенства больших отклонений для оценок неизвестных параметров в стохастических системах / Б.В. Бондарев, А.А. Симогин // Кибернетика и системный анализ. – 1994. – № 2. – С. 95–112.
- 2) Ибрагимов И.А. Асимптотическая теория оценивания / И.А. Ибрагимов, Р.З. Хасьминский. – М.: Наука, 1979. – 528 с.
- 3) Мельничук Н.Ю. Об оценке неизвестного параметра при коэффициенте сноса уравнения Ито / Н.Ю. Мельничук, Б.В. Бондарев // Тезисы докладов научной конференции студентов факультета математики и информационных технологий: Сб. науч. и науч.- метод. работ // Донецк: ДонНУ, 2019. – С.44