

Классификация высотных частично симметричных атомов**Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич****Трифонова Виктория Александровна***Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
 приложений, Москва, Россия

E-mail: trifonovaviktoriya2012@yandex.ru

Пусть M^2 — гладкое замкнутое двумерное многообразие, $f : M^2 \rightarrow \mathbb{R}$ — функция Морса на M^2 и $f^{-1}(k) = \{x \in M^2 : f(x) = k\}$, $k \in \mathbb{R}$, — ее связный критический уровень. Тогда существует $\varepsilon > 0$, такое, что $f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon])$ не содержит критических точек, кроме лежащих на критическом уровне $f^{-1}(k)$.

Определение 1. *Атомом* называется поверхность $(f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon]))$ с заданной на ней функцией Морса f . Два атома называются *изоморфными*, если существует гомеоморфизм поверхностей (сохраняющий ориентацию, если поверхность ориентирована), который функцию переводит в функцию.

Второе эквивалентное определение атома как "оснащённой" пары см. в [1].

Определение 2. Назовем атом, порожденный функцией f , *высотным*, если существует такое вложение $i : f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon]) \rightarrow \mathbb{R}^3$, что $f(p) = z(i(p))$ для каждой точки $p \in f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon])$, где z — стандартная координата в пространстве \mathbb{R}^3 , т.е. z — функция высоты на $i(f^{-1}([k - \varepsilon, k + \varepsilon]))$.

Седловой ориентированный атом может быть определен также как f -граф (см. [2]), что в свою очередь позволяет работать с атомами как с комбинаторными объектами.

Определение 3. Конечный связный граф G , некоторые ребра которого ориентированы, назовем *f -графом*, если все его вершины имеют степень 3, причем к каждой его вершине примыкают ровно два ориентированных полуребра, из которых одно входит в вершину, а другое выходит из нее. Отметим, что вершина может быть началом и концом одного и того же ориентированного ребра-петли. Подробнее о построении f -графа по атому и его свойствах см. в [1,2,3,4]. Легко показать, что ориентированные ребра f -графа образуют непустое множество ориентированных циклов. Каждое неориентированное ребро в f -графе, концы которого лежат на одном ориентированном цикле, будем называть *хордой*.

Обозначим через P множество, состоящее из следующих графов: одна вершина, одно ребро, простой цикл, сети правильных призм и антипризм, платоновых и архимедовых тел (исключая ромбосеченный икосододекаэдр и усеченный кубооктаэдр). Это одномерные остовы всех карт (т. е. клеточных разбиений сферы) с вершинно-транзитивной группой собственных симметрий.

Теорема. Любой высотный частично симметричный атом ориентируем и изоморфен ровно одному из атомов, f -графы которых получаются из графов множества P , заменой вершины графа на ориентированный цикл и добавлением кратных неориентированных ребер и хорд со следующими свойствами:

1) согласованность группы симметрий f -графа с вершинно-транзитивным действием группы собственных симметрий соответствующей карты;

2) отсутствие в f -графе запрещённых f -графов с одним циклом, описанных в работе В.А.Трифоновой [4].

Исследование выполнено при поддержке фонда "БАЗИС".

Источники и литература

- 1) Болсинов А. В., Фоменко А. Т., Интегрируемые гамильтоновы системы, т. 1, // Ижевск: Изд. дом "Удмуртский университет 444 с., (1999).
- 2) Ошемков А.А. Функции Морса на двумерных поверхностях. Кодирование особенностей // Тр. Матем. ин-та РАН им. В. А. Стеклова. М.: Наука, 1994. 131–140.
- 3) Трифонова В. А. Высотные частично симметричные атомы // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2018. — № 2. — С. 33–41.
- 4) Трифонова В. А. Критерии высотности атома // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. — 2020. в печати