

Устойчивость неконсервативных систем с конечным числом степеней свободы

Научный руководитель – Буркин Игорь Михайлович

Кузнецова Оксана Игоревна

Аспирант

Тульский государственный университет, Тула, Россия

E-mail: Scream-lady@yandex.ru

Работа посвящена исследованию механической модели двойного математического маятника с двумя невесомыми стержнями и материальными точками массой $2m$ и m , и подвижной точкой подвеса. Он вращается вокруг вертикальной оси так, что оба подвеса лежат в одной плоскости и составляют с вертикалью некоторые углы φ_1 и φ_2 , при этом для φ_1 выполнено соотношение $-c\varphi_1 - b\dot{\varphi}_1$, где $c = const > 0$, b – коэффициент вязкости. Такой маятник, движущийся в одной плоскости, имеет две степени свободы. Фактически маятник состоит из двух маятников одинаковой длины l , причем второй маятник подвешен к грузу первого (рис. 1). Предполагается, что шарниры в маятнике обладают вязкоупругими свойствами, углы отклонения от состояния равновесия φ_1 и φ_2 связаны соотношением: $-c(\varphi_2 - \varphi_1) - b(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)$, а на груз массы m действует сила P . Тогда модель, описывающая движения рассматриваемого двойного математического маятника, будет иметь вид [1]:

$$\begin{cases} 3ml^2\ddot{\varphi}_1 + ml^2\ddot{\varphi}_2 + b(2\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + (2c - Pl)\varphi_1 + (Pl - c)\varphi_2 = 0, \\ ml^2\ddot{\varphi}_1 + ml^2\ddot{\varphi}_2 + b(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + c(\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Показано, что при $b > 0$, $P < \frac{41c}{28l} + \frac{b^2}{2ml^3}$ система (1) будет асимптотически устойчивой, т.е. движения маятника будут представлять собой затухающие колебания.

Источники и литература

- 1) Циглер Г. Основы теории устойчивости конструкций. М.: Мир, 1971.

Иллюстрации

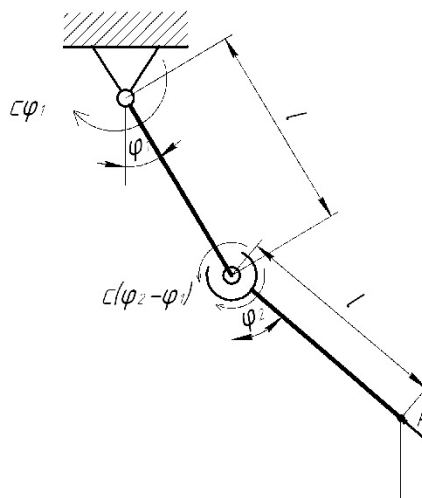


Рис. 1. Математический маятник с двумя степенями свободы.