

Линеаризация непрерывных отображений с помощью альтернанса

Научный руководитель – Протасов Владимир Юрьевич

Лактанов Иван Андреевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра общих проблем управления, Москва,
Россия

E-mail: lakhtanov@gmail.com

В данной работе исследовано обобщение классической задачи о поиске полинома наилучшего приближения для непрерывной функции на случай поиска наилучших линейных и аффинных приближений непрерывных отображений. Для этого введено понятие альтернанса для общей задачи приближения отображения $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ линейным или аффинным отображением и доказан критерий наилучшего приближения в терминах альтернанса. Далее представлен аналог алгоритма Ремеза для приближений непрерывных функционалов $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ линейными и аффинными функционалами. Однако, в отличие одномерного случая, здесь появляются существенные сложности. Очень часто альтернанс "вырождается", причем данная ситуация не является исключительной. Это приводит к существенному замедлению или даже заикливанию алгоритма. Для борьбы с "вырождениями" предложены два метода. Метод факторизации состоит в факторизации задачи к меньшей размерности (размерность зависит от степени вырождения альтернанса). Теоретически он позволяет бороться с вырожденными конфигурациями, но эксперименты показали его малую практическую пригодность. Вторым методом — алгоритм отделяющей плоскости. Он основан на идее непосредственного поиска альтернанса. Несмотря на то, что скорость сходимости данного алгоритма остается неизвестной, он показал хорошие результаты в численных экспериментах. Таким образом, получен хороший метод нахождения линейных и аффинных функционалов наилучшего приближения, эффективно работающий в относительно больших размерностях.

Источники и литература

- 1) Дзядык В.К., Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами, "Наука", Москва 1977.
- 2) Магарил-Ильяев Г. Г., Тихомиров В. М., Выпуклый анализ и его приложения, Эдиториал УРСС, Москва, 2000.
- 3) Ю. А. Брудный, О локальном наилучшем приближении функций многочленами, Докл. АН СССР, 1965, том 161, номер 4, 746–749.
- 4) V.Yu.Protasov, Stability of affine approximations on bounded domains, Pardalos, Panos M. (ed.) et al., Nonlinear analysis. Stability, approximation, and inequalities. In honor of Th.M.Rassias on the occasion of his 60th birthday, Springer Optimization and Its Applications, 68 (2012), 587–606.
- 5) V.Yu.Protasov and R.Jungers, Analysing the stability of linear systems via exponential Chebyshev polynomials, IEEE Trans. Automatic Control, 61 (2016), no 3, 795–798.
- 6) Sukhorukova N., Ugon J., Yost D., Chebyshev approximation for multivariate functions. 2015. arXiv preprint arXiv:1510.06076.

- 7) Sukhorukova N., Ugon J., Yost D., Chebyshev multivariate polynomial approximation and point reduction procedure. 2017. arXiv preprint arXiv:1708.09743.