

О краевой задаче для параболического уравнения второго порядка с меняющимся направлением времени

Научный руководитель – Попов Сергей Вячеславович

Попова Мишчйэ Николаевна

Студент (магистр)

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Институт математики и информатики, Кафедра Дифференциальные уравнения, Якутск, Россия
E-mail: sekeropov@mail.ru

Пусть Ω — ограниченная область пространства \mathbb{R}^n с гладкой границей Γ , Q — цилиндр $\Omega \times (0, T)$ ($0 < T < +\infty$), $S = \Gamma \times (0, T)$ — его боковая граница, $f(x, t)$, $k(x, t)$, $c(x, t)$ — заданные в цилиндре \bar{Q} функции.

Краевая задача: найти функцию $u(x, t)$ являющуюся в цилиндре Q решением уравнения

$$Lu \equiv k(x, t)u_t - \Delta u + c(x, t)u = f(x, t), \quad (1)$$

и такую, что для нее выполняются условия

$$u(x, t)|_{(x, t) \in S} = 0, \quad (2)$$

$$u(x, 0)|_{\Omega_0^+} = 0, \quad (3)$$

$$u(x, T)|_{\Omega_T^-} = 0, \quad (4)$$

где множества Ω_0^\pm , Ω_T^\pm определяются в зависимости от знаков функций $k(x, 0)$, $k(x, T)$:

$$\Omega_0^+ = \{x \in \Omega \mid k(x, 0) > 0\}, \quad \Omega_0^- = \{x \in \Omega \mid k(x, 0) < 0\},$$

$$\Omega_T^+ = \{x \in \Omega \mid k(x, T) > 0\}, \quad \Omega_T^- = \{x \in \Omega \mid k(x, T) < 0\}.$$

Краевые задачи (1)–(4) рассматривались в работах [1,2]. Единственность решения краевой задачи (1)–(4) доказывается в классе гладких функций, для существования обобщенного решения в пространстве (Q) требуется выполнение неравенства

$$2c(x, t) - k_t(x, t) \geq \delta_0 > 0 \quad \text{при всех } (x, t) \in \bar{Q}. \quad (5)$$

Ранее для существования регулярного решения требовались условия знакоопределенности функций $k(x, 0)$, $k(x, T)$. В настоящей работе знакоопределенность функций $k(x, 0)$, $k(x, T)$ не требуется, существование и единственность обобщенного решения будет доказана в новом определении.

Источники и литература

- 1) Врагов В.Н. К теории краевых задач для уравнений смешанного типа // Дифференц. уравнения. 1977. Т. 13, № 6. С. 1098–1105.
- 2) Артюшин А.Н. Краевая задача для уравнения смешанного типа в цилиндрической области // Сиб. матем. журнал. 2019. Т. 60, № 6. С. 243–259.