Адаптивный вариационный вывод

Юдин Никита Евгеньевич

Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: yudin@stud.cs.msu.ru

Научный руководитель *— Рудаков Константин Владимирович*

Байесовский вывод является одним из важных методов статистики. Однако точный вывод возможен только в случае относительно небольшого количества проблем, во многих практически важных случаях приходится проводить релаксацию с помощью методов приближённого байесовского вывода, в том числе вариационного [1]. В данной работе предлагается обобщение методов приближённого байесовского вывода с помощью модификации оптимизируемых функционалов, рассматриваемых в данных методах. В частности, предлагается заменить KL–дивергенцию в нижней оценке на логарифм обоснованности в вариационном выводе на следующий функционал:

$$\begin{aligned}\mathrm{D}_{\alpha,\beta}[q||p] = \frac{\alpha}{\beta(\alpha+\beta)} \ln \int q(z)^{\alpha+\beta} dz + \frac{1}{\alpha+\beta} \ln \int p(z)^{\alpha+\beta} dz - \\ - \frac{1}{\beta} \ln \int q(z)^{\alpha} p(z)^{\beta} dz.\end{aligned} \tag{1}$$

Данный функционал позволяет непрерывно объединить в себе сразу несколько используемых на практике функционалов: робастные γ–дивергенции $\mathrm{D}_{1,\gamma}[q||p]$, α–Реньи дивергенции $\mathrm{D}_{\alpha,1-\alpha}[q||p]$, KL–дивергенция $\mathrm{D}_{1,0}[q||p]$ [2, 3]. $\mathrm{D}_{\alpha,1-\alpha}[q||p]$ расширяет семейство оценок на логарифм обоснованности $\ln(p_\theta(x))$ с параметром θ и вариационным приближением апостериорного распределения $q_\varphi(z|x)$ с параметром φ [4]:

$$\begin{aligned}&\mathcal{L}_{\alpha}^{N,M,K}(\varphi,\theta) = \mathbb{E}_{X,Z}\left[\hat{\mathcal{L}}_{\alpha}^{N,M,K}(\varphi,\theta)\right] = \\ &= \frac{1}{1-\alpha}\mathbb{E}_{X,Z}\left[\frac{1}{NM}\sum_{n=1,m=1}^{N,M} \ln\left(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{p_\theta(x_n|z_{nk}^m)p_\theta(z_{nk}^m)}{q_\varphi(z_{nk}^m|x_n)}\right)^{1-\alpha}\right)\right], \\ &X = \{x_n\}_{n=1}^{N}, Z = \{z_{nk}^m\}_{n,m,k=1}^{N,M,K}, x_n \sim p(x), z_{nk}^m \sim q_\varphi(z|x_n).\end{aligned} \tag{2}$$

$\mathcal{L}_{\alpha}^{N,M,K}(\varphi, \theta)$ предоставляет возможность непрерывно выбирать между наиболее часто применяемыми оценками $\mathcal{L}_{0}^{N,M,K}(\varphi, \theta)$ и $\mathcal{L}_{1}^{N,M,K}(\varphi, \theta)$, сохраняя при этом информативные оценки на градиенты φ, θ в смысле отношения сигнала к шуму, позволяя эффективно настраивать модели при любом $K \in \mathbb{N}$ и $\alpha \neq 0$ [5], что подтверждают графики на рис. 1, описывающие результаты экспериментов с моделью вариационного автокодировщика на выборке MNIST [1]. Эксперименты показали, что оценка правдоподобия тестовой выборки максимальна при $\alpha \in (0, 1)$, различия в качестве при варьировании α лучше заметны для $K \gg 1$.

Иллюстрации

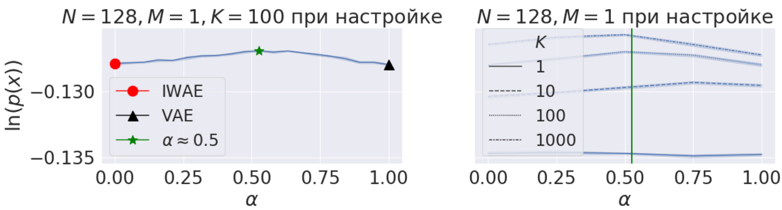

Рис. 1. Оценка логарифма обоснованности тестовой выборки, нормализованная на объём и размерность выборки.

Литература

1. Kingma D. P. Welling M. Auto-encoding variational bayes // arXiv preprint arXiv:1312.6114. — 2013.
2. Fujisawa H. Eguchi S. Robust parameter estimation with a small bias against heavy contamination // Journal of Multivariate Analysis. — 2008. — Т. 99. — №. 9. — С. 2053–2081.
3. Van Erven T. Harremos P. Rényi divergence and Kullback–Leibler divergence // IEEE Transactions on Information Theory. — 2014. — Т. 60. — № 7. — С. 3797–3820.
4. Li Y. Turner R. E. Rényi divergence variational inference // Advances in Neural Information Processing Systems. — 2016. — С. 1073–1081.
5. Rainforth T. et al. Tighter variational bounds are not necessarily better // arXiv preprint arXiv:1802.04537. — 2018.