

Об инвариантах Жордана-Кронекера представлений классических алгебр Ли

Научный руководитель – Ошемков Андрей Александрович

Козлов Иван Константинович

Кандидат наук

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и
приложений, Москва, Россия
E-mail: ikozlov90@gmail.com

В докладе будет обсуждаться аналог инвариантов Жордана-Кронекера алгебр Ли, введенных в работе [1], для представлений алгебр Ли.

Рассмотрим произвольное линейное представление $\rho : \mathfrak{g} \rightarrow (V)$ конечномерной алгебры Ли \mathfrak{g} на конечномерном линейном пространстве V . Тогда каждому элементу $x \in V$ мы можем естественным образом сопоставить оператор $R_x : \mathfrak{g} \rightarrow V$ по формуле $R_x(\xi) = \rho(\xi)x$. Рассмотрим пару таких операторов R_x, R_a и порожденный ими пучок $R_x + \lambda R_a = R_{x+\lambda a}$. Хорошо известно (см., например, [2]), что этот пучок полностью характеризуется набором простых инвариантов: элементарными дивизорами и минимальными индексами. Инварианты Жордана-Кронекера представлений — это количество различных собственных значений, отвечающих элементарным дивизорам, степени элементарных дивизоров, отвечающие каждому собственному значению, а также минимальные индексы пары операторов R_x, R_a общего положения (подробнее см. [3]).

В докладе будут описаны важнейшие свойства инвариантов Жордана-Кронекера представлений и приведены примеры их вычислений для различных представлений, включая суммы стандартных представлений классических алгебр Ли. В частности, будет доказано следующее утверждение.

Теорема 1. *Рассмотрим сумму t стандартных представлений $\mathfrak{gl}(n)$. Тогда если $t < n$, то ЖК инварианты представления состоят из $n(n - t)$ максимально равных минимальных индексов столбцов. Аналогично, если $t > n$, то ЖК инварианты представления состоят из $n(t - n)$ максимально равных минимальных индексов строк. Если же $n = t$, то ЖК инварианты состоят из n различных собственных значений, каждому из которых отвечает n элементарных дивизоров степени 1.*

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Программы Президента РФ поддержки ведущих научных школ (грант НШ-6399.2018.1, соглашение №075-02-2018-867).

Источники и литература

- 1) A. V. Bolsinov, P. Zhang, *Jordan-Kronecker invariants of finite-dimensional Lie algebras*, arXiv:1211.0579.
- 2) Ф.Р. Гантмахер, Теория матриц, Наука, М., 1988.
- 3) A. V. Bolsinov, I. K. Kozlov, *Jordan-Kronecker invariants of Lie algebra representations and degrees of invariant polynomials*, arXiv:1407.1878