Секция «Экономика отраслей и рынков и конкурентная политика»

Игровые модели конкуренции на рынке грузоперевозок

Научный руководитель – Рюмкин Валерий Иванович

Голов В.А.[1]*, Азарная В.С.*[2]

1 - Национальный исследовательский Томский государственный университет, Экономический факультет, Томск, Россия, *E-mail: golovv98@gmail.com*; 2 - Национальный исследовательский Томский государственный университет, Экономический факультет, Томск, Россия, *E-mail: leraza118@yandex.ru*

Введение. Транспортная логистика является одним из важных элементов экономики. Она в значительной мере определяет ценообразование товаров, подпадающих под перевозки. В связи с этим построение и анализ адекватных математических моделей конкуренции на рынке грузоперевозок являются актуальными задачами, решение которых способствует развитию экономики. В данной работе предлагаются игровые стратегические модели конкуренции транспортных компаний, в результате которой возникают равновесные ситуации, определяющие движение товаров и устанавливающие соответствующие рыночные цены на грузоперевозки.

Построение модели. Рассмотрим рыночную систему, состоящую из трех подсистем:

- Подсистемы из L пространственно разнесенных (расположенных достаточно далеко друг от друга) пунктов производства $A_1,A_2,\dots,A_L$ определенного набора товаров $T_1,T_2,\dots T_K$;
- Подсистемы из M пространственно разнесенных пунктов реализации $B_1,B_2,\dots,B_M$ этих товаров;
- Подсистемы из N независимых игроков - транспортных компаний $G_1,G_2,\dots,G_N$, перевозящих товары в пункты реализации $B_1,B_2,\dots,B_M$.

Далее считаем, что все перевозимые товары обладают свойством бесконечной делимости и могут перевозиться в произвольных объемах.

Обозначим через $\xi^n{}_{ikj}$- стоимость перевозки единицы товара T_k из P_i в B_j n-м игроком - транспортной компанией G_n. Обозначим через $X^n{}_{ikj}$ количество товара T_k, которое игрок G_n поставляет из A_i в B_j. Тогда общее количество X_{kj} товара T_k в пункте B_j будет равно (0).

Предположим, что рыночная плата за доставку единицы товара T_k в пункте реализации B_j является функцией общего предложения этого товара транспортными компаниями. Пусть эта зависимость описывается следующей линейной функцией:
$P_{kj}(X_{kj}) = (1\text{-}X_{kj}/\alpha_{kj})\beta_{kj},\ X_{kj}\in[0,\alpha_{kj}]$
где $\alpha_{kj},\beta_{kj}>0$ некоторые положительные постоянные.
Тогда общий доход H_n для n-го игрока G_n будет вычисляться по формуле (1), где $H_n(kj)$ - его доход на k-м товаре. получаемом в пункте реализации B_j : формула (2)
Таким образом, формулой (2) определяется стратегическая игра N лиц, в которой стратегиями каждого n-го игрока Gn являются числовые массивы $X^n{}_{ikj}$ с неотрицательными элементами, ограниченными значениями параметров α_{kj}.

Исследование модели. Представляет интерес вопрос о существовании классических игровых равновесий и профили соответствующих стратегий игроков для предложенной модели. В качестве равновесий, наиболее подходящих под доминирующую в настоящее время рыночную модель свободной конкуренции, в данной работе рассматриваются равновесия Нэша, Штакельберга [1], а также равновесие, в модифицированной модели Штакельберга [2] с несколькими лидерами и последователями. Схема поиска указанных равновесий аналогична схеме, используемой в [3].

Равновесие Нэша в игре *N* лиц. Равновесие Нэша выражает собой совокупность стратегий игроков, действующих в условиях жесткой конкуренции без права на коалиции («каждый за себя»). В равновесной по Нэшу ситуации ни один из игроков в одиночку не заинтересован в отклонении от своей равновесной по Нэшу стратегии, но при условии, что все другие игроки при этом также не изменяют своим рановесным по Нэшу стратегиям. Обозначим через $q^{n}{}_{ikj}$ - долю товара T_k, перевозимого игроком G_n из A_i в B_j от всего количества k-го товара, поставляемого игроком G_n в пункт B_j. То есть, в этом случае (3).

Обозначим через $\psi^{n}{}_{kj}$ общие (транспортные и все прочие) средние издержки, связанные перемещением игроком G_n единицы товара T_k к пункту продажи B_j: (4).

Тогда выигрыш $H_n(kj)$ игрока G_n определится формулой
$H_n(kj)=X^{n}{}_{kj}(1-X_{kj}/\alpha_{kj})\beta_{kj}$ - $X^{n}{}_{kj}\psi^{n}{}_{kj}$, $X_{kj}\in[0,\alpha_{kj}]$.

Утверждение 1. *Пусть товары взаимно независимы между собой в том смысле, что стоимость доставки товаров одного типа не влияет на стоимость доставки товаров другого типа.*
Тогда в рамках модели (1)-(2) существует единственное равновесие Нэша. Равновесные значения поставок$X^{(\sim)n}{}_{kj}$*, прибылей игроков* $H^{\sim}(kj)$ *и соответствующих цен* $P^{\sim}{}_{kj}$ *поставок определяются формулами (5)-(6)*

Равновесие в модифицированной модели Штакельберга. Рассмотрим игру N лиц, в которой имеется Θ лидеров и N-Θ последователей. Игра представляется следующей двухшаговой схемой.

Шаг 1. Лидеры G_1, G_2,…,G_Θ одновременно и независимо друг от друга выбирают свои стратегии s$^{-}{}_{1}$,s$^{-}{}_{2}$,…,s$^{-}{}_{\Theta}$.

Шаг 2. Последователи $G_{\Theta+1}$, $G_{\Theta+2}$,…,G_N анализируют s$^{-}{}_{1}$,s$^{-}{}_{2}$,…,s$^{-}{}_{\Theta}$ и выбирают свои стратегии $s^{\sim}{}_{\Theta+1}$,$s^{\sim}{}_{\Theta+2}$,…,$s^{\sim}{}_{N}$, разыгрывая между собой равновесие Нэша.

Согласно данной модели лидеры находятся в привилегированном положении, поскольку могут просчитать наилучшие ответы последователей на каждый профиль лидерских стратегий и реализовать такой совместный лидерский профиль, который максимизирует их прибыль.

Утверждение 2. *Пусть справедливы условия утверждения 1. Тогда существует единственное равновесие Штакельберга в модифицированной модели; при этом равновесные значения поставок лидеров, последователей и соответствующие цены определяются формулами: (7)-(8)-(9)*

Заключение. Построена стратегическая игровая математическая модель конкуренции транспортных компаний на рынке грузоперевозок. На ее основе рассмотрена модифицированная модель Штакельберга. В рамках предложенных моделей решен вопрос о существовании игровых равновесий, получены формулы, определяющие соответствующие равновесные стратегии и цены перевозок. Намечены перспективные направления развития построенных модели

Источники и литература

1) Колокольцев В.Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации. – СПб.: Издательство «Лань», 2012. – 622 с.
2) Шагин В.Л. Теория игр. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 223 с.
3) Sivushina A, Kombu A., Ryumkin V. Modeling of geographical pricing: A game analysis of siberian fuel costs // AIP Conference Proceedings 1899, 060013 (2017)

Иллюстрации

$$X_{kj} = \sum_{n=1}^{N} X_{kj}^{n}, \text{ где } X_{kj}^{n} = \sum_{i=1}^{L} X_{ikj}^{n} \tag{0}$$

$$H_n = \sum_{j=1}^{M} \sum_{k=1}^{K} H_n(kj) \tag{1}$$

$$H_n(kj) = X_{kj}^{n}(1 - X_{kj}/\alpha_{kj})\beta_{kj} - \sum_{i=1}^{L} X_{ikj}^{n} \cdot \xi_{ikj}^{n}, \quad X_{kj} \in [0, \alpha_{kj}] \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{L} q_{ikj}^{n} = 1, \quad q_{ikj}^{n} \geq 0, i = \overline{1, L} \tag{3}$$

$$\psi_{kj}^{n} = \sum_{i=1}^{L} \xi_{ikj}^{n} \cdot q_{ikj}^{n} \tag{4}$$

Рис. 1. Формулы, применяемые в исследовании

$$\widetilde{X}_{kj}^{n} = x_n^* = \frac{1}{N+1}\frac{\alpha_{kj}}{\beta_{kj}}\left(\beta_{kj} - \psi_{kj}^{n}\right);$$

$$\widetilde{H}_n(kj) = \frac{\alpha_{kj}}{\beta_{kj}}\frac{1}{(N+1)^2}(\beta_{kj} - \psi_{kj}^{n})^2,\ n = \overline{1,N} \tag{5}$$

$$\widetilde{P}_{kj} = \frac{1}{N+1}\left(\beta_{kj} + \sum_{n=1}^{N}\psi_{kj}^{n}\right) \tag{6}$$

$$\widetilde{\widetilde{X}}_{kj}^{n} = \frac{1}{\Theta+1}\frac{\alpha_{kj}}{\beta_{kj}}\left(\beta_{kj} - \psi_{kj}^{n}\right),.\ n = \overline{1,\ \Theta} \tag{7}$$

$$\widetilde{\widetilde{X}}_{kj}^{n} = \frac{1}{(N-\Theta+1)(\Theta+1)}\frac{\alpha_{kj}}{\beta_{kj}}\left(\beta_{kj} - \psi_{kj}^{n}\right),\ n = \overline{\Theta+1,N} \tag{8}$$

$$\widetilde{\widetilde{P}}_{kj} = \left(\beta_{kj} - \left(\beta_{kj} - \psi_{kj}^{n}\right)\frac{N\Theta + N - \Theta^2}{(N+\Theta+1)(\Theta+1)}\right) \tag{9}$$

Рис. 2. Формулы, применяемые в исследовании