

Математическое моделирование и исследование колебаний одномерных механических систем с движущимися границами

Научный руководитель – Анисимов Валерий Николаевич

Литвинов Владислав Львович

Доктор наук

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра вычислительной механики, Москва,
Россия

E-mail: vladlitvinov@rambler.ru

В настоящее время вопросы надежности при проектировании технических объектов требуют все более полного учета динамических явлений. Широкое распространение в технике объектов с движущимися границами обуславливает необходимость развития методов математического моделирования их динамики и создания алгоритмического программного обеспечения для соответствующего анализа. Задача о колебаниях систем с движущимися границами связана с получением решения систем дифференциальных уравнений в частных производных в переменных во времени областях. Такие задачи в настоящее время изучены недостаточно. Использование известных методов математической физики ограничено в основном классом задач с фиксированными границами. Сложности, возникающие при постановке такого рода задач и получении их решений, объясняет тот факт, что до настоящего времени не существует достаточно общего подхода к анализу особенностей динамики таких систем. Полученные результаты ограничены в основном качественным описанием динамических явлений. Получению количественных характеристик, которые могли бы иметь практическую ценность, в известных публикациях уделено недостаточное внимание. В настоящее время отсутствует не только комплексный подход для математического моделирования колебаний одномерных механических систем с движущимися границами, учитывающий геометрическую нелинейность, изгибную жесткость, взаимодействие продольных и поперечных колебаний, вязкоупругость, сопротивление среды, взаимодействие между частями объекта слева и справа от границы, но и не сформулированы постановки такого рода задач. Решение вышеперечисленных проблем позволяет разработать строгие приближенные методы анализа резонансных свойств колеблющихся объектов с движущимися границами. В работе представлена новая математическая модель для моделирования продольно – поперечных колебаний одномерных объектов с движущимися границами. При построении модели учитывались геометрическая нелинейность, вязкоупругость, действие внешних сил сопротивления, изгибная жесткость, взаимодействие между частями объекта слева и справа от границы, взаимодействие между продольными и поперечными колебаниями. Произведена линеаризация полученной модели. Рассмотрены частные случаи продольно–поперечных колебаний объектов с движущимися границами. Приведено обобщение приближенного аналитического метода Канторовича – Галёркина на более широкий класс линейных краевых задач, описываемых уравнениями гиперболического типа с условиями на движущихся границах. Данный метод позволяет учитывать действие на систему сил сопротивления среды, изгибную жесткость, жесткость основания, вязкоупругие свойства колеблющегося объекта и слабые возмущения на границах. Рассмотренные методы постановки и решения задач рассматриваемого типа, а также методы анализа резонансных свойств позволяют решить проблемы, возникающие при изучении колебаний объектов с движущимися границами.

Источники и литература

- 1) 1. Горошко О. А., Савин Г. Н. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины. - Киев: Наукова думка, 1971. - 270 с. 2. Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. - Киев: Наук.думка, 1962. - 332 стр. 3. Лежнева А.А. Изгибные колебания балки переменной длины // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. - 1970. - №1. - С. 159–161. 4. Весницкий А.И. Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. - М.: Физматлит, 2001. - 320 с. 5. Весницкий А.И., Потапов А.И. Поперечные колебания канатов в шахтных подъемниках // Динамика систем. Горьковский университет. - 1975. - №7. - С. 84–89. 6. Кечеджиян Л.О., Пинчук Н.А., Столяр А.М. Об одной задаче математической физики с подвижной границей // Извест. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. - 2008. - № 1. - С. 22–27. 7. Ерофеев В.И., Колесов Д.А., Лисенкова Е.Е. Исследование волновых процессов в одномерной системе, лежащей на упруго-инерционном основании, с движущейся нагрузкой // Вестник научно-технического развития. - 2013. - № 6 (70). - С. 18–29. 8. Ерофеев В.И., Кажаяев В.В., Семерикова Н.П. Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность. - М.: Наука. Физматлит, 2002. - 208с. 9. Асташев В.К., Крупенин В.Л. Волны в распределенных и дискретных виброударных системах и сильно нелинейных средах // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 1998. - №5. - С.13-30. 10. Крупенин В.Л. О колебаниях струны, соударяющейся с ограничителем, состоящим из прямой и точки // Вестник научно-технического развития. - 2017. - №9 (121). - С.34-45. 11. Самарин Ю.П. Об одной нелинейной задаче для волнового уравнения в одномерном пространстве // Прикладная математика и механика. - 1964. - Т. 26, В. 3. - С. 77–80. 12. Самарин Ю.П., Анисимов В.Н. Вынужденные поперечные колебания гибкого звена при разгоне // Изв. вузов. Машиностроение. - 1986. - (12).- С. 17–21. 13. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Математические модели продольно-поперечных колебаний объектов с движущимися границами // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». - 2015. - 2 (19). - С. 382–397. 14. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Резонансные свойства механических объектов с движущимися границами: монография. - Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2009. - 131 с. 15. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Исследование резонансных свойств механических объектов с движущимися границами при помощи метода Канторовича-Галеркина // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». - 2009. - 1 (18). - С. 149–158. 16. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л., Корпен И.В. Об одном методе получения аналитического решения волнового уравнения, описывающего колебания систем с движущимися границами // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». - 2012. - 3 (28). - С. 145–151. 17. Литвинов В.Л. Решение краевых задач с движущимися границами при помощи метода замены переменных в функциональном уравнении // Журнал Средневолжского математического общества. - 2013. - Т. 15, № 3. - С. 112–119. 18. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Анализ влияния движения границ при исследовании резонансных свойств систем с демпфированием // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». - 2009. - 2 (19). - С. 147–152. 19. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Вычисление собственных частот поперечных колебаний вязкоупругого каната, движущегося в продольном направлении и имеющего изгибную жесткость // Математическое моделирование и краевые задачи: Труды Пятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Ч. 1: Математические модели механики, прочности и надежности элементов конструкций. - Самара: СамГТУ, 2008. - 358 с. 20. Литвинов В.Л., Анисимов В.Н. Математическое моделирование и исследование

колебаний одномерных механических систем с движущимися границами: монография. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2017. – 149 с. 21. Литвинов В.Л. Поперечные колебания вязкоупругого каната, лежащего на упругом основании, с учетом влияния сил сопротивления среды // Вестник научно–технического развития. – 2015. - № 4 (92). – С. 29–33. 22. Анисимов В. Н., Литвинов В.Л. Вычисление собственных частот каната движущегося в продольном направлении // Журнал Средневолжского математического общества. – 2017. – Т. 19, № 1. – С. 130–139. 23. Литвинов В.Л. Продольные колебания каната переменной длины с грузом на конце // Вестник научно–технического развития. – 2016. - № 1 (101). – С. 19–24. 24. Литвинов В.Л. Применение метода Канторовича-Галеркина при исследовании резонансных свойств систем с демпфированием // Вестник научно–технического развития. – 2017. - № 2 (114). – С. 37–46. 25. Анисимов В. Н., Литвинов В.Л. Аналитический метод решения волнового уравнения с широким классом условий на движущихся границах // Вестник научно–технического развития. – 2016. - № 2 (102). – С. 28–35. 26. Смирнов В.И. Курс высшей математики, 4. - М.: Физматгиз, 1958. 27. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, 1976. - 576 с. 28. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. Изд. 5-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. – 192 с.