

Оценка количества дополнительных рёбер в минимальном вершинном 1-расширении подкласса двудольных графов

Научный руководитель – Абросимов Михаил Борисович

Лобов Александр Андреевич

Студент (специалист)

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Факультет компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия

E-mail: unipraton@yandex.ru

Граф G' называется вершинным k -расширением (В- k Р) n -вершинного графа G , если G вкладывается во все графы, получающиеся из G' путём удаления k вершин.

Граф G' называют минимальным вершинным k -расширением (МВ- k Р) графа G если он удовлетворяет 3-м условиям:

- 1) G' является вершинным k -расширением графа G .
- 2) G' является $(n + k)$ -вершинным графом.
- 3) Среди всех графов, удовлетворяющих условиям 1 и 2, G' имеет минимальное число дополнительных рёбер.

МВ-1Р n -вершинного графа G содержит не более n дополнительных рёбер ($ec(G) \leq n$), так как у любого графа существует тривиальное В-1Р. Тривиальным В-1Р графа G называют граф $G + K_1$ [1].

Пусть $k \geq 2$. Назовём граф $G = (V, E)$ k -слойным, если его вершины можно окрасить ровно в k цветов $(1, \dots, k)$ так, чтобы выполнялось условие: $(u, v) \in E \Leftrightarrow |c(u) - c(v)| = 1$, где $c(v)$ – цвет вершины v .

Множество L_2 совпадает с множеством двудольных графов, а также имеет место включение $L_2 \supseteq L_3 \supseteq L_4 \dots$

В данной работе будет рассмотрена верхняя оценка дополнительного количества рёбер в МВ-1Р представителей 4-слойных графов.

Для 4-слойных графов справедлива теорема 1.

Теорема. О вершинном 1-расширении 4-слойных графов. Для произвольного n -вершинного графа $G \in L_4$ существует В-1Р G' с 1 дополнительной вершиной и $n - 1$ дополнительными рёбрами.

Следствие. Для произвольного n -вершинного графа $G \in L_4$ верная оценка количества дополнительных рёбер в МВ-1Р: $ec(G) \leq n - 1$.

Данная оценка достигается, например, на графе Q_3 (3-х мерный куб, описание приведено в [2]): $ec(Q_3) = n - 1$. Его МВ-1Р можно получить с помощью метода, описанного в теореме 1.

Источники и литература

- 1) Абросимов М. Б. Графовые модели отказоустойчивости : Саратов. : Изд-во Саратов. унта, 2012. 192 с.
- 2) Naray F., Hayes J. P., Wu H.-J. A survey of the theory of hypercube graphs // Computers & Mathematics with Applications, 1988. – Т. 15, Вып. 4. Р. 277–289.