

Большие выбросы гауссовских нестационарных процессов в дискретном времени и их приложения

Козик Игорь Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: igor.kozik@mail.ru

В докладе изучены точные асимптотики вероятностей высоких выбросов нестационарных гауссовских процессов в дискретном времени (на равномерных решетках). Полученные результаты применены к частному случаю гауссовского нестационарного процесса – дробному броуновскому движению. Также результаты применены к задаче разорения, полученной из моделей поведения капитала страховой компании.

То есть, рассматривается вероятность

$$P_X(T, u, \mathcal{R}) := P\left(\max_{t \in [0, T] \cap \mathcal{R}} X(t) > u\right),$$

где $X(t)$, $t \in [0, T]$ – гауссовский процесс с нулевым средним, дисперсией $\sigma^2(t) = EX^2(t)$ и корреляционной функцией $r(s, t) = EX(s)X(t)/\sigma(s)\sigma(t)$. Предположим, что дисперсия достигает своего абсолютного максимума в единственной точке $t_0 \in [0, T]$.

Введем следующие условия на процесс $X(t)$:

E1 Существуют положительные a, β такие, что $\sigma(t) = 1 - a|t - t_0|^\beta(1 + o(1))$ при $t \rightarrow t_0$.

E2 Найдется $\alpha \in (0, 2]$ такое, что $r(s, t) = 1 - |t - s|^\alpha(1 + o(1))$ при $s, t \rightarrow t_0$.

E3 Существуют $g > 0, G > 0 : \forall s, t$ выполнено $E(X(t) - X(s))^2 \leq G|t - s|^g$.

Мы изучим три типа решетки $\mathcal{R} = \{kbu^{-2/\gamma}, k \in \mathbb{Z}\}$ на действительной прямой \mathbb{R} при $\alpha \in (0, 2]$: **1**) *плотная решетка*, $\mathcal{R} = \mathcal{R}_d$, для которой $b = 1$ и $\gamma < \alpha$; **2**) *решетка Пикандса*, $\mathcal{R} = \mathcal{R}_p$, для которой $b > 0$ и $\gamma = \alpha$; **3**) *разреженная решетка*, $\mathcal{R} = \mathcal{R}_s$, для которой $b = 1$ и $\gamma > \alpha$.

Для разреженной сетки допустим, что вершина сетки попадает в точку максимума дисперсии, остальные варианты не интересны. Разреженная сетка и сетка Пикандса не зависят от расположения точки максимума.

Далее слушателям будут представлены:

T1 Общая теорема для нестационарных процессов в дискретном времени, рассматривающая разные решетки при различных типов поведения корреляции и дисперсии процесса X .

T2 Применение результатов теоремы к дробному броуновскому движению.

T3 Применение результатов теоремы к задаче разорения для дробного броуновского движения.

Источники и литература

- 1) Borovkov, K., Mishura, Y., Novikov, A., Zhitlukhin, M. Bounds for expected maxima of Gaussian processes and their discrete approximations // Stoch. Int. J. Probab. Stoch. Process. — 2017. — Vol. 89, No 1. — P. 21–37.

- 2) Hüslер J., Piterbarg V. Extremes of a certain class of Gaussian processes // Stochastic Processes and their Applications. — 1999. — Vol. 83. — P. 257–271.
- 3) Питербарг В. И. Двадцать лекций о гауссовских процессах. — М.: МЦНМО, 2015.
- 4) Piterbarg V.I. Asymptotic Methods in Theory of Gaussian Random Processes and Fields. — American Mathematical Society, Ser. Translations of Mathematical Monographies, Vol. 148, Providence, 2012.
- 5) Piterbarg Vladimir I. Discrete and continuous time extremes of Gaussian processes // Extremes. — 2004. — Vol. 7, no. 2. — P. 161–177.