

**Исследование динамической системы, описывающей билиардное движение точки в области, ограниченной софокусными эллипсами, в поле потенциальных сил**

**Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич**

**Пустовойтов Сергей Евгеньевич**

*Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

*E-mail: pustovoitovse1@mail.ru*

Билиардом называется динамическая система на компактном подмножестве плоскости, описывающая движение материальной точки внутри области с абсолютно-упругим отражением на её границе. Рассмотрим билиард в области, ограниченной двумя софокусными эллипсами, принадлежащими софокусному семейству, заданному формулой:  $\frac{x^2}{a+\lambda} + \frac{y^2}{b+\lambda} = 1$ , где  $a > b > 0$ . Добавим в систему центральное поле сил. Следующие функции являются независимыми первыми интегралами данной системы:

$$H = \frac{k(x^2 + y^2)}{2} + \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} \quad (1)$$

$$F = \frac{\dot{x}^2}{a^2} + \frac{\dot{y}^2}{b^2} + \frac{(x\dot{y} - \dot{x}y)^2}{ab} - k\left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right) \quad (2)$$

Значит система вполне интегрируема.

**Теорема 1.** *В случае притягивающего потенциала  $k > 0$  изоэнергетическое многообразие  $Q^3 = \{m \in M^4 : H(m) = c\}$  описывается одной из двух меченных молекул Фоменко-Цишанга с точностью до диффеоморфизма. В случае отталкивания  $k < 0$  молекул 4.*

### Источники и литература

- 1) Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. // А.В. Болсинов, А.Т. Фоменко - том 1. Ижевск НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика 1999
- 2) Некоторые интегрируемые обобщения задачи Якоби о геодезических на эллипсоиде / Козлов В.В. // Прикладная математика и механика, том 59, вып.1, 1995

### Иллюстрации

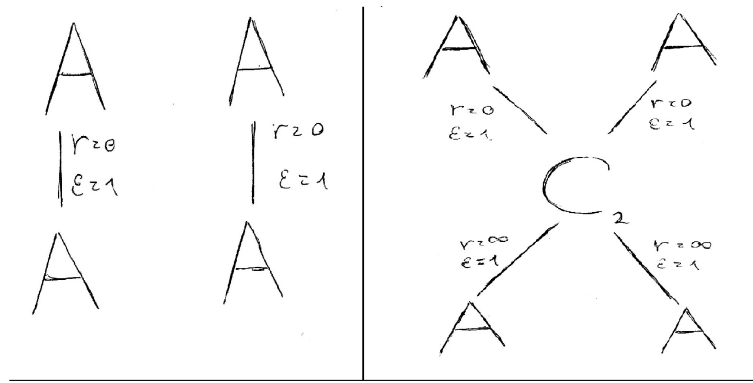


Рис. 1. Случай  $k > 0$

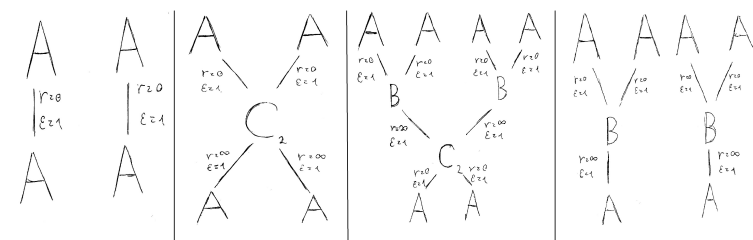


Рис. 2. Случай  $k < 0$