

Классы слоений Лиувилля для аналога случая интегрируемости Ковалевской на алгебре Ли $\mathfrak{so}(3, 1)$

Научный руководитель – Фоменко Анатолий Тимофеевич

Кибкало Владислав Александрович

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: slava.kibkalo@gmail.com

И.В. Комаров [1] обнаружил, что классический случай Ковалевской интегрируемости уравнений движения тяжелого твердого тела можно вложить в однопараметрическое семейство динамических систем на пучке алгебр Ли $\mathfrak{so}(3, 1) - \mathfrak{e}(3) - \mathfrak{so}(4)$. Скобка Ли–Пуассона при этом зависит от $\varkappa \in \mathbb{R}$. Случаям $\varkappa < 0$, $\varkappa = 0$, $\varkappa > 0$ соответствуют алгебры Ли $\mathfrak{so}(3, 1)$, $\mathfrak{e}(3)$, $\mathfrak{so}(4)$. Функции Казимира данных скобок имеют вид

$$f_1 = \varkappa(J_1^2 + J_2^2 + J_3^2) + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, \quad f_2 = x_1 J_1 + x_2 J_2 + x_3 J_3.$$

Совместные уровни функций f_1 и f_2 являются орбитами коприсоединенного представления. На регулярных орбитах возникают интегрируемые системы с двумя степенями свободы с гамильтонианом H и дополнительным интегралом K

$$H = J_1^2 + J_2^2 + 2J_3^2 + 2c_1 x_1,$$

$$K = (J_1^2 - J_2^2 - 2c_1 x_1 + \varkappa c_1^2)^2 + (2J_1 J_2 - 2c_1 x_1 - 2)^2.$$

Теория топологической классификации, развитая в работах А.Т. Фоменко и его школы [2], позволяет классифицировать слоения Лиувилля на трехмерных расслоенных подмногообразиях Q^3 с помощью построенного инварианта Фоменко-Цишанга. Совпадение двух инвариантов двух разных систем на Q_1^3 и Q_2^3 означает одинаковое устройство замыканий решений общего положения.

Для каждого из трех случаев можно выполнить лиувиллев анализ, т.е. классифицировать в терминах инвариантов Фоменко-Цишанга слоение Лиувилля на неособых изоэнергетических поверхностях. Для классического случая $\varkappa = 0$ это было сделано А.В. Болсиновым, П. Рихтером и А.Т. Фоменко, для компактного случая $\varkappa > 0$ — докладчиком в предыдущих работах. В настоящем докладе будут изложены достигнутые результаты изучения слоений некомпактного случая $\varkappa < 0$.

Источники и литература

- 1) Комаров И.В. Базис Ковалевской для атома водорода // ТМФ. 1981. № 47-1. С. 67-72.
- 2) Болсинов А.В., Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. Ижевск, 1999