Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Характеристические частоты нулей некоторых линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

Научный руководитель – Горицкий Андрей Юрьевич

Гулиева Лала Ильгар

Студент (бакалавр)

Бакинский филиал Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова, Факультет прикладной математики, Баку, Азербайджан

E-mail: lala.quliyeva@gts.az

В работе рассматривается вопрос: как часто может обращаться в ноль решение линейного дифференциального уравнения? Вводится понятие характеристической частоты нулей $\nu(g(t))$ для аналитической функции $g(t)$ и аналогичное понятие — для линейного однородного уравнения (см. [1]). Формулируется следующий результат: характеристическая частота нулей функции вида

$$g(t) = \sum_{l=1}^{N} A_l \sin(k_l t + \varphi_l), \qquad 0 < k_1 < k_2 < ..., k_N,$$

может принимать значения от k_1 до k_N включительно.

Подробно рассматривается случай $N = 2$. Функция приводится к виду $g(t) = -\sin k_1 t + A \sin k_2 t + B \cos k_2 t$ и находятся все значения параметров $A(\tau)$ и $B(\tau)$, при которых $\nu(g(t))$ меняет значение за счёт кратного нуля в точке τ. Основная идея заключается в следующем: кривая $\vec{r}(\tau) = (A(\tau), B(\tau))$ делит плоскость на некоторое число областей (см. рис. 1), в которых значение $\nu(g(t))$ постоянно, и для нахождения всех возможных значений $\nu(g(t))$ необходимо определить количество этих областей. Вводятся понятия области функции, границы области функции и смежных областей. Доказано, что в случае, когда k_1 и k_2 нечётные, период функции $\vec{r}(\tau)$ равен π, а в случае, когда один из коэффициентов чётный, период равен 2π. Далее изучается зависимость разницы значений $\nu(g(t))$ в смежных областях от периода функции $\vec{r}(\tau)$. Доказан основной результат:

Пусть $0 < k_1 < k_2$, k_1 и k_2 взаимно просты. Тогда $\nu(g(t))$

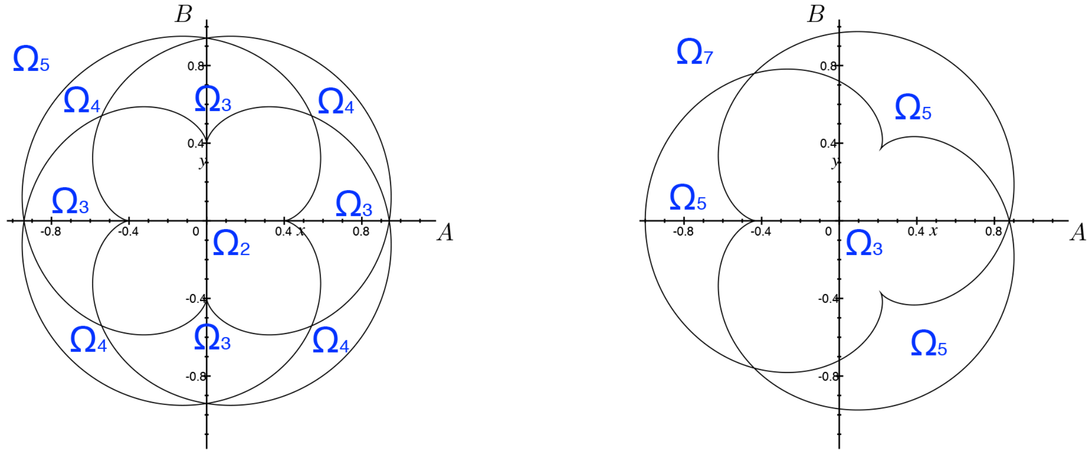
а) принимает **все целые** значения от k_1 до k_2, если k_1 или k_2 четное;

б) принимает **все нечетные** значения от k_1 до k_2, если k_1 и k_2 нечетные.

Источники и литература

1) Горицкий А. Ю., Фисенко Т. Н. Характеристические частоты нулей суммы двух гармонических колебаний // Дифференц. уравнения. 2012. Т. 48. № 4. С. 479–486

Иллюстрации



$k_1 = 2; k_2 = 5;$ $\qquad\qquad$ $k_1 = 3; k_2 = 7;$

Рис. 1. Вид кривой $\vec{r}(\tau)$ при различных k_1 и k_2