

О положительных решениях с нестепенным поведением уравнения типа Эмдена-Фаулера пятнадцатого порядка

Научный руководитель – Асташова Ирина Викторовна

Васильев Михаил Юрьевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Москва,
Россия

E-mail: ivanomed33@yandex.ru

Рассматриваются положительные решения уравнения типа Эмдена-Фаулера

$$y^{(n)} = y^k, k > 1.$$

В [1] при $n = 2$, в [2] при $n = 3, 4$ доказано, что все решения $y(x)$ уравнения с вертикальной асимптотой $x = x^*$ имеют степенную асимптотику:

$$y(x) = C(x^* - x)^{-\alpha}(1 + o(1)), \quad x \rightarrow x^* - 0, \quad \alpha = \frac{n}{k-1}, \quad C = (\alpha(\alpha+1) \cdots (\alpha+n-1))^{\frac{1}{k-1}}.$$

В [2] также доказано, что при $5 \leq n \leq 11$ существует $(n-1)$ -параметрическое семейство таких решений. И.Т. Кигурадзе [1] выдвинул гипотезу о том, что при всех n положительные решения с вертикальной асимптотой имеют степенную асимптотику. Однако оказалось, что при $n = 12, 13, 14$ у уравнения существуют решения с вертикальной асимптотой, имеющие асимптотику, отличную от степенной. Это было доказано в работах [3], [4] И.В. Асташовой и С.А. Вьюна.

С использованием бифуркационной теоремы Хопфа и методов, изложенных в работах [2]-[4], получена следующая теорема.

Теорема. При $n = 15$ существует такое $k > 1$, что уравнение имеет решение

$$y(x) = (x^* - x)^{-\alpha} h(\ln(x^* - x)),$$

где h — положительная периодическая непрерывная функция, отличная от константы.

Литература

1) Кигурадзе И. Т., Чантурия Т. А. *Асимптотические свойства решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1990.

2) Асташова И. В. *Качественные свойства решений квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений* // В сб.: *Качественные свойства решений дифференциальных уравнений и смежные вопросы спектрального анализа: научное издание под ред. И. В. Асташовой*. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012.

3) Асташова И.В., Вьюн С.А. *О положительных решениях с нестепенной асимптотикой уравнения типа Эмдена-Фаулера двенадцатого порядка* // *Дифференциальные уравнения*. 2012. Т. 48. № 11. С. 1568–1569.

4) Astashova I. V. *On power and non-power asymptotic behavior of positive solutions to Emden – Fowler type higher-order equations* // *Advances in Difference Equations*, 2013, 2013:220.