

**Асимптотика решения уравнения Гельмгольца в трехмерном слое переменной толщины с локализованной правой частью.**

**Научный руководитель – Доброхотов Сергей Юрьевич**

***Петров Петр Николаевич***

*Студент (магистр)*

Московский физико-технический институт, Москва, Россия

*E-mail: petr.petrov@phystech.edu*

В данной работе рассматривается уравнение Гельмгольца в трехмерном слое переменной толщины с локализованной правой частью, что соответствует физической задаче о распространении звука от источника в мелком море с неоднородным рельефом дна.

$$(h^2 \Delta + n^2(x, y, z))u = F\left(\frac{x - \xi_1}{\mu}, \frac{x - \xi_2}{\mu}\right)g\left(\frac{z - z_0}{\mu}\right), \quad u|_{z=hd_1(x)} = 0, \quad u|_{z=hd_2(x)} = 0.$$

Здесь коэффициент  $n^2(x, y, z)$ , задающие границу слоя функции  $d_1(x) < d_2(x)$  и задающие источник функции  $F(x, y), g(z)$ , предполагаются гладкими функциями всех своих аргументов. Кроме того, предполагаются, что  $F(x, y), g(z)$  быстроубывают на бесконечности. Например, в качестве  $F(x, y), g(z)$  можно выбрать гауссовы экспоненты. Положительные параметры  $h$  и  $\mu$  предполагаются малыми. Числа  $(\xi_1, \xi_2, z_0)$  определяют координаты точки, в окрестности которой локализован источник.

С помощью операторного метода [1] и недавно развитого подхода [2] в предположении отсутствия “ловушечных” состояний и выполнения условий излучения на бесконечности (типа условия Зоммерфельда) в работе строится асимптотическое решение сформулированной задачи при  $1 \gg \mu \geq h$ . Асимптотика решения представляется в виде разложения на конечное число мод, каждая из которых связана с парами лагранжевых многообразий. Одно из соответствующих многообразий определяет локализованную (“сингулярную”) в окрестности вертикального отрезка  $(x_1 = \xi_1, x_2 = \xi_2)$  часть решения, а вторая “размазанную” по всему слою осциллирующую (“волновую”) часть решения (с учетом возможного появления каустик и фокальных точек). В пределе  $F(x, y)g(z) \rightarrow \delta(x)\delta(y)\delta(z)$  полученные формулы описывают асимптотику функции Грина для рассматриваемого уравнения Гельмгольца, однако в отличие от такой асимптотики, полученная формула позволяет достаточно явно описать влияние формы источника на волновую часть решения.

**Источники и литература**

1. Маслов В.П. Операторные методы // М.: Наука, 1973. 544 с.
2. Аникин А.Ю., Доброхотов С.Ю., Назайкинский В.В., Руло М., Доклады АН, 2017, т. 475, N 6, С. 624–628