Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

О стационарных решениях системы уравнений Власова-Пуассона в полупространстве

Научный руководитель – Скубачевский Александр Леонидович

Беляева Юлия Олеговна

Аспирант

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

E-mail: yilia-b@yandex.ru

Система уравнений Власова, полученная впервые в 1938г., имеет многочисленные приложения. Важнейшими среди них являются моделирование высокотемпературной разреженной плазмы и процессы управления термоядерным синтезом. В зависимости от исходных физических моделей различают уравнения Власова–Пуассона, Власова–Максвелла, Власова–Эйнштейна, обобщенные уравнения Власова и т. д. Важную роль играют стационарные решения уравнений Власова.

Рассмотрим стационарную систему уравнений Власова-Пуассона в полупространстве:

$$-\Delta\varphi(x) = 4\pi e\int\limits_{\mathbb{R}^3}\sum_{\beta}\beta f^{\beta}(x,p)\,dp, \qquad x\in\mathbb{R}^3_+, \tag{1}$$

$$\frac{1}{m_\beta}(p,\nabla_x f^\beta)+\beta e\left(-\nabla_x\varphi+\frac{1}{m_\beta c}[p,B(x)],\nabla_p f^\beta\right)=0, \tag{2}$$

$$x\in\mathbb{R}^3_+,\ p\in\mathbb{R}^3,\ \beta=\pm1$$

с краевым условием Дирихле

$$\varphi(x)|_{x_1=0}=0, \qquad x'=(x_2,x_3)\in\mathbb{R}^2. \tag{3}$$

Здесь $\varphi=\varphi(x,t)$ - потенциал самосогласованного электрического поля;, $f^\beta=f^\beta(x,p)$ - функция плотности распределения положительно заряженных ионов, если $\beta=+1$, и электронов, если $\beta=-1$, в точке x с импульсом p; ∇_x и ∇_p - градиенты по x и p соответственно; m_{+1} и m_{-1} массы иона и электрона; e - заряд электрона; c - скорость света; B - индукция внешнего магнитного поля; $(\,\cdot,\cdot\,)$ - скалярное произведение в $\mathbb{R}^3$; $[\,\cdot,\cdot\,]$ - векторное произведение в $\mathbb{R}^3$ и $\mathbb{R}^3_+=\{x=(x_1,x_2,x_3\in\mathbb{R}^3):x_1>0\}$.

Для того, чтобы удерживать плазму внутри реактора, важно рассматривать двукомпонентную модель плазмы под действием внешнего магнитного поля, при этом носители плотностей распределения частиц не должны пересекать границу. Наличие внешнего магнитного поля обуславливает существование решений системы уравнений Власова-Пуассона с носителями, лежащими на некотором расстоянии от границы. Стационарные решения, обладающие описанным выше свойством в цилиндре, для случая нулевого потенциала электрического поля построены в работах [1], [2]. Однако, построенные стационарные решения не зависят от пространственной переменной, совпадающей с осью цилиндра. Этот факт можно интерпретировать следующим образом: плазма имеет бесконечную массу. Для случая полупространства и для достаточно большой индукции внешнего магнитного поля в [3] построены стационарные решения с нулевым потенциалом самосогласованного электрического поля, с носителями плотностей распределения лежащими на некотором расстоянии от гиперплоскости $x_1=0$ и имеющими компактный носитель. В этом случае, решения построены в виде произведения пяти срезающих функций, аргументами которых являются первые интегралы стационарной системы Власова.

Источники и литература

1) Беляева Ю.О., Стационарные решения уравнений Власова для высокотемпературной двукомпонентной плазмы// Труды семинара по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям в РУДН под руководством А. Л. Скубачевского, СМФН, 2016,62, стр.19-31.
2) Скубачевский А.Л.,Уравнения Власова-Пуассона для двукомпонентной плазмы в однородном магнитном поле// УМН, 2014, 69:2(416), 107-148.
3) Belyaeva, Yu., Stationary solutions of the Vlasov-Poisson system for two-component plasma under an external magnetic field in a half-space// Mathematical Modelling of Natural Phenomena, 12(6), 2017, 37-50.