

## Сократическое исчисление для пропозициональной логики линейного времени

Научный руководитель – Шангин Василий Олегович

*Балобанов Александр Александрович*

*Студент (бакалавр)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Философский факультет, Кафедра логики, Москва, Россия

*E-mail: opiros@protonmail.com*

Сократические исчисления были впервые представлены в [4] в качестве реализации идеи исчислительной логики вопросов (inferential erotetic logic), изложенной в [3]. Одно из таких исчислений для пропозициональной логики линейного времени (propositional linear temporal logic, или *PLTL*) было задано в [1] и [2].

Язык *PLTL* включает в себя множество из четырех пропозициональных связок (унарного  $\neg$  и бинарных  $\vee$ ,  $\wedge$  и  $\rightarrow$ ) и четырех временных операторов: унарных  $\square$  ("всегда в будущем"),  $\diamond$  ("в какой-то момент в будущем") и  $\circ$  ("в следующий момент времени") - и бинарного  $\mathcal{U}$  ("до тех пор, пока"). Определение формулы языка *PLTL* стандартно. Расширим этот язык за счет символов  $\vdash$  и  $?$ . Формула расширенного языка будет называться вопросом и иметь вид:

$$?(\Gamma_1 \vdash^{l_1} A_1, \dots, \Gamma_n \vdash^{l_n} A_n),$$

где  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_n$  - множества формул языка *PLTL*,  $A_1, \dots, A_n$  - формулы языка *PLTL*,  $l_1, \dots, l_n$  - последовательности 1 и 2. Выражения  $\Gamma_1 \vdash^{l_1} A_1, \dots, \Gamma_n \vdash^{l_n} A_n$  называем конституентами этого вопроса, а  $l_1, \dots, l_n$  - индексами этих конституент.

Рассматриваемое исчисление задается на расширенном языке и включает в себя 29 правил вывода (*PT\**-правил), сформулированных в [1]: для каждой связки и ее отрицания, слева и справа от  $\vdash$  (за исключением  $\circ$ ; для работы с этим оператором используется одно правило).

Вывод произвольной формулы  $\Gamma \vdash A$  определяется как последовательность вопросов, первый из которых имеет вид  $?( \Gamma \vdash^1 A)$ , а каждый последующий получается из предыдущего по одному из *PT\**-правил. Доказательство представляет собой такой вывод, что каждая конституента последнего вопроса удовлетворяет одному из условий:

1) содержит слева от  $\vdash$  или некоторую формулу и ее отрицание, или формулу справа от  $\vdash$ ; или

2) образует цикл (т.е. повторяет некоторую конституенту какого-то вопроса, встречавшегося ранее в выводе, причем индекс этой более ранней конституенты представляет собой начальный отрезок ее индекса) и при этом содержит или формулу вида  $\diamond C$  слева от  $\vdash$ , или формулу вида  $\square C$  справа от  $\vdash$ .

Доказательство полноты этого исчисления представляет собой задачу на будущее. Оператор  $\circ$  и соответствующее ему свойство дискретности временного ряда представляются имеющими особое значение в этом отношении.

### Источники и литература

- 1) Urbański, M. Socratic proofs for some temporal logics (research report). Poznań, 2005.
- 2) Urbański, M., Bolotov, A., Shangin, V., Grigoriev, O. Socratic Proofs for Propositional Linear-Time Logic//Joint Automated Reasoning Workshop and Deduktionstreffen, Vienna, 2014, pp.34-35.

- 3) Wiśniewski, A. Questions and Inferences//Logique et Analyse, 2001, №173, pp.5-43.
- 4) Wiśniewski, A. Socratic Proofs//Journal of Philosophical Logic, 2004, №33, pp.299-326.