

**СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ
ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ**

Литвинов Владислав Львович

Аспирант

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

E-mail: vladlitvinov@rambler.ru

УДК 534.11

В.Л. Литвинов

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ

Самарский государственный технический университет

Рассмотрим продольные колебания вязкоупругого стержня, изменение длины которого происходит на свободном конце (например, стержень выдвигается со скоростью). Дифференциальное уравнение (вязкоупругость учитывается на основе гипотезы Фойгта), имеет вид [1]

(1)

Граничные условия системы

(2)

Введем в задачу (1) -(2) безразмерные переменные:

где - постоянная величина.

После преобразований получим:

(3)

(4)

где

Выполняя преобразования, аналогичные преобразованиям [2,3], для амплитуды колебаний, соответствующих n -ной динамической моде, получим следующее выражение:

(5)

Постоянные определяются из начальных условий.

Выражение для амплитуды колебаний, полученное в работе [4] без учета вязкоупругости, имеет аналогичный вид.

Литература

1. Савин, Г.Н. Динамика нити переменной длины / Г.Н. Савин, О.А. Горошко. - Киев: Изд-во АН УССР, 1962. - 327 с.

2. Анисимов 131 с.: ил. В.Н., Литвинов В.Л. Резонансные свойства механических объектов с движущимися границами: монография // В.Н. Анисимов, В.Л. Литвинов. - Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2009. -

3. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Исследование резонансных свойств механических объектов с движущимися границами при помощи метода Канторовича-Галеркина / В.Н. Анисимов, В.Л. Литвинов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». №1 (18). - 2009.

4. Лежнева, А.А. Продольные колебания балки переменной длины: Ученые записки / А.А. Лежнева. - Пермь: Пермск. ун-т, 1966. - №156. - С. 133-142.

Иллюстрации

Рассмотрим продольные колебания вязкоупругого стержня, изменение длины которого происходит на свободном конце (например, стержень выдвигается со скоростью v_0). Дифференциальное уравнение (вязкоупругость учитывается на основе гипотезы Фойгта), имеет вид [1]

$$Z_{tt}(x,t) - a^2[Z_{xx}(x,t) + \mu Z_{xxt}(x,t)] = 0. \quad (1)$$

Граничные условия системы

$$Z(0,t) = 0; \quad Z_x(l_0(v_0t), t) = 0. \quad (2)$$

Введем в задачу (1)–(2) безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{\omega_0}{a} x; \quad \tau = \omega_0 t + \frac{\omega_0 l_0 - a}{-v_0}; \quad Z(x,t) = U(\xi, \tau),$$

где ω_0 – постоянная величина.

После преобразований получим:

$$U_{\tau\tau}(\xi, \tau) - U_{\xi\xi}(\xi, \tau) - \varepsilon_1 U_{\xi\xi\tau}(\xi, \tau) = 0; \quad (3)$$

$$U(0, \tau) = 0; \quad U_{\xi}(l(\varepsilon_0\tau), \tau) = 0, \quad (4)$$

где

$$\varepsilon_1 = \mu\omega_0; \quad l(\varepsilon_0\tau) = 1 + \varepsilon_0\tau; \quad \varepsilon_0 = -v_0/a.$$

Выполняя преобразования, аналогичные преобразованиям [2,3], для амплитуды колебаний, соответствующих n -ной динамической моде, получим следующее выражение:

$$A_n(\tau) = \frac{l(\varepsilon_0\tau)}{\sqrt{\pi n - \pi/2}} \cdot e^{-\int_0^{\xi} \frac{\varepsilon_1 (m - \pi/2)^2 d\xi}{F(\varepsilon_0\xi)}} * \left(D_n \cos\left(\frac{\pi n - \pi/2}{\varepsilon_0} \ln(1 + \varepsilon_0\tau)\right) + E_n \sin\left(\frac{\pi n - \pi/2}{\varepsilon_0} \ln(1 + \varepsilon_0\tau)\right) \right) \quad (5)$$

Постоянные D_n, E_n определяются из начальных условий.

Выражение для амплитуды колебаний, полученное в работе [4] без учета вязкоупругости, имеет аналогичный вид.

Литература

1. Савин, Г.Н. Динамика нити переменной длины / Г.Н. Савин, О.А. Горошко. – Киев: Изд-во АН УССР, 1962. – 327 с.
2. Анисимов 131 с.: ил. В.Н., Литвинов В.Л. Резонансные свойства механических объектов с движущимися границами: монография // В.Н. Анисимов, В.Л. Литвинов. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2009. –
3. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Исследование резонансных свойств механических объектов с движущимися границами при помощи метода Канторовича-Галеркина / В.Н. Анисимов, В.Л. Литвинов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. «Физико-математические науки». №1 (18). – 2009.
4. Лежнева, А.А. Продольные колебания балки переменной длины: Ученые записки / А.А. Лежнева. – Пермь: Пермск. ун-т, 1966. – №156. – С. 133-142.

Рис. 1. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ