Секция «Геометрия и топология»

Лиувиллева топология высоких уровней энергии системы шар Чаплыгина с ротором.

Жила Александра Игоревна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия

E-mail: saffeya@yandex.ru

Рассматривается задача о качении уравновешенного динамически несимметричного шара с ротором по горизонтальной шероховатой плоскости. Данная динамическая система, называемая также шаром Чаплыгина с ротором, является конформно-гамильтоновой. Ее уравнения движения имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{M} = (M+K)\times\omega, & M = J\omega - d(\gamma,\omega)\gamma, \qquad J = I + dE, \\ \dot{\gamma} = \gamma\times\omega, & d = mr^2 \geq 0, \qquad E = \|\delta_{ij}\|, \end{cases}$$

где ω — вектор угловой скорости, $I = \mathrm{diag}(I_1, I_2, I_3)$ — тензор инерции шара относительно его центра, γ — орт вертикали, m — масса шара, r — его радиус. Вектор M имеет смысл кинетического момента шара относительно точки контакта, а K — постоянный вектор момента ротора. Система допускает четыре первых интеграла:

$$H = \frac{1}{2}(M,\omega),\ N = (M+K, M+K),\ C = (M+K,\gamma),\ G = (\gamma,\gamma).$$

Ранее в работе А.Ю. Москвина [2] для исследования динамики системы и нахождения особых решений были построены бифуркационная диаграмма отображения момента и бифуркационный комплекс. Естественное продолжение данных исследований — это проведение тонкого лиувилевого анализа системы (подробнее о топологическом анализе интегрируемых систем см. [1]). Для решения поставленной задачи был проведен грубый топологический анализ системы, а так же, используя метод круговых молекул (подробнее о методе см. [1]) были найдены некоторые r-метки. В докладе будет подробно освещен случай высоких уровней энергии, а также связь рассматриваемой системы с системой Жуковского.

Теорема 1. *Система шар Чаплыгина с ротором без нулевых компонент лиувиллево эквивалентна системе Жуковского при значениях параметра c, таких что $c^2 \geq d^2\sum_{i=1}^{3}\dfrac{K_i^2}{J_i^2}$ (т.е. обе эти системы имеют одинаковые замыкания решений). При этом для малых размерностей ($c^2 < d^2\sum_{i=1}^{3}\dfrac{K_i^2}{J_i^2}$) данные системы лиувиллево неэквивалентны.*

Источники и литература

1) Болсинов А.В. Фоменко А.Т. Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. РХД, Ижевск, 1999.

2) А.Ю. Москвин, “Шар Чаплыгина с гиростатом: особые решения”, Нелинейная динам., 5:3 (2009), 345–356

Слова благодарности

Автор выражает благодарность Фоменко А.Т. за постановку задачи и внимание к работе.