

Асимптотические представления счетных дискретных групп**Корчагин Антон Игоревич***Студент (специалист)*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
 Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва,
 Россия

E-mail: a_i_korchagin@mail.ru

На своем докладе я буду рассказывать об MF -группах, то есть группах, допускающих точное вложение в $\prod U_n(\mathbb{C}) / \oplus U_n(\mathbb{C})$, где $U_n(\mathbb{C})$ - унитарные матрицы порядка n . Понятие MF -групп - это далеко идущее обобщение понятия линейности: группа в некотором смысле аппроксимируется отображениями в матрицы, которые можно сделать сколь угодно близкими к гомоморфизмам. Гомоморфизмы в $U_{MF} = \prod U_n(\mathbb{C}) / \oplus U_n(\mathbb{C})$ называются асимптотическими гомоморфизмами и играют важную роль в топологии: могу с гордостью сказать, что здесь важный вклад сделал А.С. Мищенко, придумавший конструкцию векторного расслоения над BG , строящегося по асимптотическому гомоморфизму группы G . Эта конструкция дала важную К-теоретическую информацию. Есть близкое понятие - SMF -группа - это группа, допускающая вложение в U_{SMF} - унитарную группу C^* -алгебры $C_b([0, \infty), K^+) / C_0([0, \infty), K^+)$, где K^+ - минимальная унитаризация алгебры компактных операторов. Гомоморфизмы в U_{SMF} дают больше К-теоретической информации, чем гомоморфизмы в U_{MF} , хотя их и намного сложнее строить. Свойство SMF сильнее, чем свойство MF . На докладе планируются обсудить, какие группы обладают этими двумя свойствами, а какие - нет. Основными примерами для нас будут $\langle a, b | a^{-1}b^2a = b^3 \rangle$ и $\langle a, b | a^{-1}b^{-1}aba^{-1}ba = b^2 \rangle$ так как они являются достаточно естественными попытками понять, что можно ожидать от описанных выше свойств и подобраться к неподступной и легендарной группе Хигмана $\langle a, b, c, d | b^{-1}ab = a^2, c^{-1}bc = b^2, d^{-1}cd = c^2, a^{-1}da = d^2 \rangle$, совсем не имеющей нетривиальных конечномерных линейных представлений. Замечу, что пример не SMF группы строится легко - $\langle a, b, c, d | a^2 = b^2 = c^2 = d^2 = 1, (ab)^{-1}(cd)^2(ab) = (cd)^3 \rangle$, тогда как пример не MF -группы - большая открытая проблема, которая, если верить тезису Громова, что "Любое утверждение, верное для всех счетных дискретных групп либо тривиально доказывается, либо неверное" должна быть решена положительно, и группа Хигмана - главный претендент на роль контрпримера.

Источники и литература

- 1) Dadarlat. Group quasi-representations and almost flat bundles. arxiv.org/abs/1503.06170
- 2) Manuilov, You. Vector bundles from generalized pairs of cocycles. arxiv.org/abs/1312.0247
- 3) Pestov. Hyperlinear and sofic groups: a brief guide. arxiv.org/abs/0804.3968