

Секция «Вычислительная математика, математическое моделирование и численные методы»

Применение быстрого метода мультиполей при решении задачи N-тел в двумерном пространстве

Ястребов Сергей Витальевич

Аспирант

Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

E-mail: crouch-170@mail.ru

Основные сложности при решении физических задач возникают из-за необходимости вычисления парных взаимодействия всех объектов системы. Решение задач гравитационного, электростатического взаимодействия, уравнений теплопроводности сводится к вычислению суммы, сложность вычисления которой для N объектов наблюдения составляет $O(N^2)$. Для сокращения сложности вычислений до $O(N)$ прибегают к методам быстрого суммирования, наиболее известным из которых является метод быстрого преобразования Фурье. Однако БПФ плохо приспособлен для исследования нестационарных сигналов и трудноприменим для определения локальных особенностей сигнала. Численный метод, называемый быстрым методом мультиполей, применим к большому классу функций и больше подходит для решения задач физики, статистики, искусственного интеллекта и т.д.

Целью работы является привлечение быстрого метода мультиполей для решения физических задач взаимодействия N тел в двумерном случае. БММ в исследовательских работах американских и японских ученых уже находит применение во многих сферах, однако в отечественной науке метод известен пока не очень широко и уступает по популярности БПФ.

Реализации быстрого метода мультиполей строятся на следующих идеях:

- 1) Контроль погрешности. БММ дает приближенное численное решение, однако погрешность строго контролируется и может достигать значений меньших, чем погрешность машинных вычислений при преобразовании типов.
- 2) Факторизация ядра. Факторизация функции, выбранной в качестве ядра, позволяет представлять решение в виде суммы произведений функций, зависящих только от источников или только от приёмников. Таким образом, при изменении количества тел в системе пересчитываются только коэффициенты, а общий вид решения не меняется.
- 3) Разбиение вычислительного пространства. Для объединения нескольких источников, локализованных близко друг от друга, все пространство измерения разбивают на участки и оценивают влияние каждого участка на приемники вне его. Таким образом удается избежать лишних расчетов и исключить из решения участки пространства, не содержащие приемников и источников.
- 4) Трансляция разложений. Эта идея позволяет экономить ресурсы при необходимости вычислить результат на некоторой подобласти ранее изученного участка пространства.
- 5) Для быстрого поиска сохраненных коэффициентов подобластей строят дерево, соответствующее размерности измерения.

К преимуществам быстрого метода мультиполей можно отнести высокую производительность и большую возможность усовершенствования. Однако для реализации всех преимуществ метода для каждой решаемой задачи приходится подбирать соответствующее ядро,

что затруднительно для нетривиальных случаев.

В целом, развитие и популяризация метода быстрых мультиполей способно привести к решению качественно иных физических задач и к возможности моделировать сложные физические процессы.

Источники и литература

- 1) Beatson R. Fast evaluation of Radial Basis Functions: Methods for 2-dimensional Polyharmonic Splines / R. Beatson, W.A. Light. – IMA Journal of Numerical Analysis, 1996. - Vol. 3 – 343-372 с
- 2) Гумеров Н.А. Быстрый метод мультиполей / Н.А. Гумеров – М.: Вестник Академии Наук Республики Башкортостан, 2013. – Т.18, №. 4.– 11-24 с
- 3) Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
- 4) Lin C.X. Parallel implementation of fast multipole method based on JASMIN / Cao Xiao Lin Mo Ze Yao, Liu Xu, Xu Xiao Wen, Zhang Ai Qing , 2011. – Science China, vol. 54. – 757-766 с. ▯