

## ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОБЛАСТЕЙ ИНТЕГРИРОВАНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ КООРДИНАТ

*Кушнир Ирина Вячеславовна*

*Студент*

*Факультет ФКН НИУ ВШЭ, Москва, Россия*

*E-mail: ivkushnir94@gmail.com*

Разрабатываемый нашей командой математический инструмент VisualMath.ru базируется на концепции смешанного обучения (Blended Learning) и разрабатывается с целью развития у студентов геометрической интуиции и пространственного воображения при изучении объектов высшей математики. VisualMath.ru представляет собой JavaScript онлайн-платформу, доступную из браузера, с комбинируемыми модулями визуальных примеров, используя которую, преподаватель получает возможность дополнить классический процесс обучения демонстрацией интерактивных динамических моделей.

Данная работа посвящена моделированию областей, полученных при пересечении алгебраических поверхностей, а также заданных неявными функциями. Моделирование осуществляется с помощью специальной JavaScript библиотеки Grafar, и основной темой для визуализации является «Области интегрирования в разных системах координат».

Библиотека Grafar была специально спроектирована для нужд математической визуализации и имеет возможности задания как явных, так и неявных функций более двух переменных. Для реализации трёхмерной графики используется технология WebGL. Для ускоренного отображения объектов применяется реактивное программирование [1], при котором пересчитываются только изменённые параметры, а остальные используют сохранённые кэшированные данные. Также в библиотеке предусмотрено построение дискретных и непрерывных поверхностей, которые визуально выглядят как сеточные и объёмные фигуры соответственно.

С помощью методов Grafar визуализируются трёхмерные и двумерные фигуры, которые демонстрируют динамику изменения интегральных областей при переводе из декартовой системы координат в цилиндрическую и сферическую системы. Важно отметить, что в online-курсах, школах, лекциях практически полностью отсутствует элемент визуализации по этой теме.

Пример результата одной из программ представлен на рис.1.

Рассматривается задача поиска объёма тела, ограниченного следующими поверхностями:

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x^2 + y^2 + z^2 = b^2, x^2 + y^2 = z^2, 0 < a < b, z \geq 0$$

Эта задача решается с помощью вычисления тройного интеграла, однако, решение заметно упрощается при переводе в другую систему координат, что демонстрируется построенными моделями.

Благодаря комбинированию дискретного и непрерывного типов параметризации осуществляется построение фигур разной текстуры: исходные поверхности строятся с помощью дискретной параметризации, результирующая фигура (область интегрирования) – с помощью непрерывной параметризации. В дополнение, двумерный график проекции сечения на координатные оси позволяет провести более детальное изучение полученной области. Трёхмерная и двумерная фигуры являются динамичными и изменяются в зависимости от изменения параметров (а и b в данном примере) для более качественной демонстрации геометрического строения фигуры.

### Иллюстрации

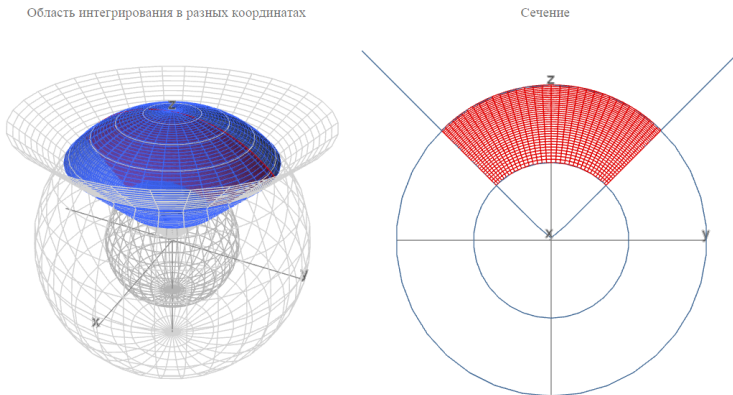


Рис.1. Пример результата визуализации - скриншот страницы в браузере

### Литература

1. Elliott C. , Hudak P. Functional reactive animation. // In ACM SIGPLAN Notices, New York, USA, 1997, P. 263–273.