

**АЛГОРИТМ И ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО  
АВТОМАТИЧЕСКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА  
ФОРМУЛ ИНТУИЦИОНИСТСКОЙ ЛОГИКИ**

*Павлов Владимир Александрович*

*Аспирант*

*Институт информационных технологий и управления*

*Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого,*

*Санкт-Петербург, Россия*

*E-mail: vlapav239@gmail.com*

Автоматический логический вывод (АЛВ) — активно развивающееся направление математической логики и искусственного интеллекта. Основная задача АЛВ — разработка методов, алгоритмов и компьютерных программ (средств АЛВ), автоматизирующих доказательство утверждений в той или иной формальной теории.

Интуиционистская логика первого порядка представляет собой формальную теорию, в которой стандартные логические связки интерпретируются иначе, чем в классической логике. Так, интуиционистское доказательство утверждения  $\exists x P(x)$  состоит в предоставлении конкретного примера  $x$  такого, что  $P(x)$  выполнено, или хотя бы указывает метод, позволяющий в принципе найти такой пример. В интуиционистской логике неприемлемы законы исключённого третьего  $A \vee \neg A$  и двойного отрицания  $(\neg\neg A) \supset A$ .

Интуиционистская логика применима для формализации конструктивных математических теорий, верификации программного обеспечения, а также в приложениях искусственного интеллекта (например, для автоматической обработки знаний в юриспруденции).

Данная работа посвящена применению обратного метода Маслова [1] для установления выводимости формул интуиционистской логики первого порядка. Существуют программные реализации обратного метода для этой логики, однако остаётся пробел между теоретическими достижениями и их практической реализацией.

Предлагается логическое исчисление обратного метода, позволяющее получать более компактные выводы по сравнению с существующими исчислениями (например, [3]), в том числе для формул вида

$$(\forall w A_n(w) \wedge X_0 \wedge Y_0 \wedge \dots \wedge X_{n-1} \wedge Y_{n-1}) \supset (\forall z A_0(z)), \quad (1)$$

где  $X_i \equiv \forall x ((B_i \vee A_i(x)) \vee B_i)$  и  $Y_i \equiv \neg(B_i \wedge \forall y A_{i+1}(y))$  (в формуле (1) вместо  $n$  разрешается подставлять любое натуральное число).

Для полученного исчисления адаптированы существующие и разработаны новые стратегии оптимизации логического вывода, позволяющие ограничить возникающие переборы и уменьшить размер получаемых выводов. Адаптированы стратегии поглощения, упрощения немаксимальных и удаления «бесполезных» секвенций из работы [4], изначально сформулированные для классической логики. Также в работе рассматриваются следующие стратегии и оптимизации: использование только допустимых систем зависимостей [1], стратегия расклеек [1], оптимизация правил сокращения [3] и новая стратегия, учитывающая особенности правил вывода предложенного логического исчисления.

**Теорема 1.** *Сочетание всех рассматриваемых в работе стратегий оптимизации полно.*

Идея доказательства теоремы 1: показать, что все стратегии согласуются с общим отношением поглощения, заданном на множестве секвенций.

Предлагается алгоритм автоматического логического вывода в разработанном логическом исчислении, с применением идеи алгоритма, называемого в англоязычной литературе Otter loop. Полученный алгоритм реализован в виде программного средства АЛВ WhaleProver. В соответствии с признанными мировыми практиками, разработанная программа была апробирована на обширной библиотеке задач ИЛТР [2] версии 1.1.2. Эксперименты проводились на персональном компьютере с процессором Intel Core 2 Duo 2.67 GHz, ОС Windows 7 и 3 Гб ОЗУ. Всего программа решила 628 задач (доказала 476 теорем и опровергла 152 ложных утверждения), что сопоставимо с результатами лучших аналогов (см. рис. 1). Кроме того, за счёт комбинирования стратегий оптимизации ряд задач из ИЛТР программа решила на порядок быстрее, чем существующие программные средства АЛВ. Разработанной программой решены 94 задачи из различных областей математики и искусственного интеллекта, не решённые ранее ни одним из программных средств АЛВ, включённых в платформу ИЛТР.

Разработанную программу можно использовать как экспериментальную платформу для апробации стратегий оптимизации обратного метода, а также интегрировать в существующие системы искусственного интеллекта.

В заключение автор выражает признательность доцентам кафедры компьютерных интеллектуальных технологий СПбПУ В. Г. Паку

и А. В. Шукину за интересную тему работы и помощь в её осмыслении, за полезные советы и консультации.

### Иллюстрации

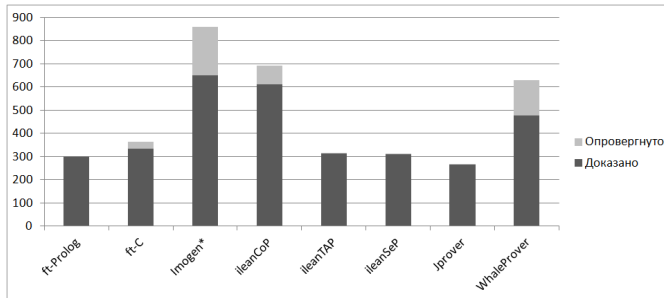


Рис. 1. Количество решённых задач средствами АЛВ

### Литература

1. Маслов С. Ю. Обратный метод и тактики установления выводимости для исчисления с функциональными знаками // Тр. МИАН СССР. 1972. Т. 121. С. 14–56.
2. ILTP website: <http://www.cs.uni-potsdam.de/ti/iltp/>
3. Tammet T. A resolution theorem prover for intuitionistic logic // In Proceedings of the 13th International Conference on Automated Deduction, New Brunswick, NJ, USA, 1996, pp. 2–16.
4. Voronkov A. Theorem proving in non-standard logics based on the inverse method. In Proceedings of the 11th International Conference on Automated Deduction, Saratoga Springs, NY, USA, 1992, pp. 648–662.