

Мероморфные решения уравнения Эйлера-Лагранжа для функционала
Уиллмора на поверхностях вращения

Неустроев Роберт Николаевич

Студент (магистр)

Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия

E-mail: rebok@inbox.ru

В данной работе мы исследуем мероморфные решения $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ дифференциального уравнения

$$2h(\kappa(1-h^2)^2 - 3(1-h^2)h')h'' + \kappa(h' + \kappa(1-h^2))(1-h^2)(3h^2-1)h' - 2(1-h^2)^2h''' + (1+h^2)(\kappa^3(1-h^2)^3 - 3(h')^3) = 0, \quad (1)$$

где $\kappa \in \mathbb{R}$ — параметр уравнения. Уравнение (1) называется уравнением Эйлера-Лагранжа для функционала Уиллмора на поверхностях вращения, заданных вращением кривых натурально параметризованных на плоскости с метрикой $ds^2 = \frac{k^2}{y^2}(dx^2 + dy^2)$ [1]. Известны [1] частные решения этого уравнения на торах $h : \mathbb{C}/\{\mathbb{Z} + i\tau\mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{C}$, $\tau \in \mathbb{R}$.

В данной работе доказана следующая лемма

Лемма 1. Пусть D — некоторая окрестность $z \in \mathbb{C}$. Мероморфная $h : D \rightarrow \mathbb{C}$, удовлетворяющая (1), имеет только простые полюсы с вычетами равными $\pm\frac{1}{k}$ или $-\frac{3}{k}$.

Из анализа h в ∞ и леммы 1 следует основной результат.

Теорема 1. Мероморфные $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, удовлетворяющие (1), не могут иметь нечетное число полюсов.

Источники и литература

- 1) С. М. Черосова, Э. И. Шамаев. Об уиллморовских поверхностях вращения в \mathbb{R}^3 // Сибирские эл. мат. известия, 2014, Т. 11, С. 887-890.