Рассмотрим функцию Лагранжа электромагнитного поля с источником в четырехмерном пространстве:

где ϰ – силовая постоянная, – плотность лагранжиана быстрой частицы, - тензор электромагнитного поля, - четырехмерный потенциал, – четырехмерная плотность тока.

Второй член данной формулы, который описывает взаимодействие, можно переписать следующим образом:

где – четырехмерное перемещение, – электрический заряд.

(Подразумевается правило Эйнштейна суммирования по повторяющемуся индексу).

Варьированием по легко можно получить уравнения Максвелла для четырехмерного пространства, а именно:

Проинтегрировав уравнения Максвелла по некоторой области пространства, получим теоремы Гаусса и Стокса.

Исходя из теоремы Гаусса: ,

где – поток вектора напряженности через поверхность , – заряд, – постоянная.

Рассмотрим точечный заряд в пределах замкнутой поверхности S, при этом Q – величина заряда. Заметим, что электрическое поле направленно от заряда, а его величина одинакова для любых точек, расположенных на одинаковом расстоянии от заряда. В качестве поверхности S возьмем сферу, в центр которой поместим заряд. Тогда получим:

Значит, мы имеем: Следовательно, 1).

А мы знаем, что площадь сферы: . Подставим в уравнение (1) формулу площади и разрешим его относительно *Е*, получим:

Данное уравнение и есть закон Кулона.

По теореме Стокса: где – вектор нормали.

Найдя rot B из уравнения (3) получим: или

Данное уравнение и есть закон Ампера.

Вывод закона Кулона и закона Ампера из лагранжева формализма легко обобщить на пространства другой размерности.

Список литературы

1. В.А. Рубаков «Классические калибровочные поля».  Эдиториал УРСС Москва. 1999г.
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц «Теория поля» II том. Москва «Наука» Главная редакция физико-математической литературы. 1988г.