Секция «Математика и механика»

Модель теории запасов со скоропортящимися продуктами

Петрова Татьяна Сергеевна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: ts.petrova@bk.ru

Рассмотрим модель теории запасов с n периодами.

Переменные, по которым принимаются решения:

$\mathbf{X}^k = (x_1^k, \ldots, x_N^k)$, где x_j^k — уровень запасов продукта j в начале периода k.

$Y^k = (y_1^k, \ldots, y_N^k)$, где y_j^k — уровень запасов продукта j в периоде k после производства.

$Z^k = (z_1^k, \ldots, z_N^k)$, где $z_j^k = 1$, если j-й продукт производится в k-м периоде, и 0, если не производится.

w_{ij}^k — количество продукта i, которым замещается продукт j, в k-м периоде.

u_j^{k+} — уровень остатков продукта j в конце периода k до выкидывания испорченных продуктов.

u_j^{k-} — уровень недостатка продукта j в конце периода k.

Исходные данные и поступающая случайная информация:

$\xi^k = (\xi_1^k, \ldots, \xi_N^k)$, где ξ_j^k — случайный уровень спроса продукта j в периоде k.

$F(\cdot)$ — кумулятивная функция распределения ξ.

$K = (K_1, \ldots, K_N)$, где K_j — стоимость производства продукта j в одном периоде (любом), не зависящая от количества продукта.

$C = (c_1, \ldots, c_N)$, где c_j — стоимость производства единицы продукта j.

$H = (h_1, \ldots, h_N)$, где h_j — штраф за остаток продукта j (стоимость хранения продукта минус остаточная стоимость продукта).

$P = (p_1, \ldots, p_N)$, где p_j — штраф за недостаток продукта j.

$D = (d_1, \ldots, d_N)$, где d_j — штраф за выкидывание продукта j.

s_{ij} — стоимость замещения продукта j продуктом i.

Сформулируем проблему как двухступенчатую стохастическую программу с рекурсией:

$$U^{k*}(\mathbf{X}^k) = \min_{y_i^k, z_i^k} \left\{ U^k(\mathbf{X}^k, Y^k, Z^k) = \sum_{i=1}^{N} c_i (y_i^k - x_i^k) + \sum_{i=1}^{N} K_i z_i^k + \int_{\xi^k} L^k(Y^k, \xi^k)\, dF(\xi^k) \right\}$$

при ограничениях

$$0 \leqslant y_i^k - x_i^k \leqslant M z_i^k, \qquad z_i^k = 0, 1 \qquad \text{для всех } i,$$

где (проблема рекурсии)

$$L^k(Y^k, \xi^k) = \min_{w_{ij}^k, u_i^{k+}, u_i^{k-} \geqslant 0} \sum_{i=1}^{N} \left(h_i u_i^{k+} + p_i u_i^{k-} + \sum_{j=1}^{N} s_{ij} w_{ij}^k \right)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{j} w_{ij}^k + u_j^{k-} = \xi_j^k \qquad \text{и} \qquad \sum_{l=j}^{N} w_{jl}^k + u_j^{k+} = y_j^k \qquad \text{для } j = 1, \ldots, N.$$

Целью данной работы является:

- Нахождение стратегии производства в модели теории запасов со скоропортящимися продуктами, при которой суммарные издержки будут минимальны.
- Нахождение реккурентных формул для суммарных издержек начиная с k-го периода U^{k*} и L^k.

Основные этапы данной работы:

- Проведение вычислений для случая двух периодов.
- Вывод реккурентных формул для суммарных издержек начиная с k-го периода U^{k*} и L^k.
- Вывод нереккурентных формул и нахождение их аспимтотик.
- Иллюстрация полученных результатов на примерах конкретных распределений.

Литература

1. U. Rao, J. Swaminathan, J. Zhang, Multi-product inventory planning with downward substitution, stochastic demand and setup costs // IIE Transactions (2004) 36, 59–71