

Секция «Математика и механика»

Сравнительный анализ премии Ванга на семействах рисков с полиномиальной плотностью 4-го порядка

Дожшина Вера Александровна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: vera\_dokshina@mail.ru

Расчет премии в страховании является одной из фундаментальных задач актуарной математики.

В последние десятилетия особый интерес для актуариев вызывает принцип Ванга С.С. [1] и [2] подсчета страховой премии. В результате, после исследований данного принципа многими учеными, страховая премия согласно принципу Ванга приняла вид:

$$H_g(X) := \int_{-\infty}^0 (g(S_X(x)) - 1) dx + \int_0^{+\infty} (g(S_X(x)) dx,$$

где  $g: [0,1] \rightarrow [0,1]$  - возрастающая функция искажения, такая, что  $g(0)=0$ ,  $g(1)=1$ ,  $X$  - случайная величина, описывающая будущие случайные убытки страхователя, а  $S_X(x)$  - функция дожития  $X$ .

Премия Ванга обладает рядом полезных свойств:

1. Инвариантность относительно любых сдвигово-масштабных преобразований, благодаря которой

$$\frac{H_g(X) - E(X)}{\sqrt{D(X)}} = H_g\left(\frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}}\right).$$

Таким образом, возникает задача изучения премий Ванга на семействах рисков с нулевым средним и единичной дисперсией.

2. Способность различать такие риски, в отличие от среднеквадратического принципа. В качестве меры, насколько хорошо это получается, используется разность между верхней и нижней гранями премии Ванга с данной функцией искажения на данном семействе. Эта разность названа абсолютной чувствительностью премии.

Автором рассмотрено семейство рисков с полиномиальной плотностью 4-го порядка на отрезке  $[-2,2]$ , с нулевым средним и единичной дисперсией. Это семейство оказывается двухпараметрическим. Для его параметров найдена область допустимых значений, граница которой описывается некоторой огибающей кривой.

Рассматривается функция искажения  $g(x) = 1 - (1 - x)^r$ , при  $r \in \{2; 3\}$ . В данных случаях исследовано поведение премии Ванга, вычислена абсолютная чувствительность премии и найдено значение параметра  $r$ , при котором она максимальна. Автору удалось, в частности, получить следующие результаты:

1. Чувствительность премии принимает большее значение при  $r = 3$ , чем при  $r = 2$ ;

2. Максимум чувствительности по переменной  $r$  равен  $0,24$  с точностью  $10^{-7}$ .

Также при анализе поведения премий при  $r = 2$  и  $r = 3$  с точки зрения экстремумов установлено, что они ведут себя весьма различным образом, хотя и относятся к одному (дуально-степенному) семейству. Первая имеет два максимума и два минимума на границе области допустимых значений, а вторая - один максимум внутри и один минимум на границе. Таким образом, выбор степени в функции искажения может иметь существенное значение в задачах анализа рисков.

### **Литература**

1. Wang, S.S. (1995) Insurance pricing and increased limits ratemaking by proportional hazards transforms. Insurance: Mathematics and Economics, 1995, 17, pp: 43-54.
2. Wang, S.S. (1996) Premium calculation by transforming the layer premium density. ASTIN BULLETIN 1996, 26, pp: 71-92.
3. Ирхина Н.А. Принцип Ванга в математической теории страхования. Диссертация на соискание степени кандидата физ.-мат. наук, 2010.
4. Аваков Е.Р. Вариационное исчисление и оптимальное управление (конспект лекций 2012 г.)

### **Слова благодарности**

Автор выражает признательность доценту, к.ф.-м.н. Лебедеву А.В. за руководство в работе, помощь в подготовке тезисов, замечания и предложения