

Секция «Математика и механика»

Модель предпочтительного выбора ребер для графов с растущим числом вершин

Малышкин Юрий Андреевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: yury.malyshkin@mail.ru

Исследуемые нами модели применяются (см., например, [1]) для анализа коммуникационных систем, в частности, интернета. Следуя [2], рекуррентным образом определим последовательность случайных графов $G_m = (V_m, E_m)$, где $m \in \mathbb{N}$. Пусть G_1 состоит из вершин v_1, v_2 и соединяющего их ребра. Если граф G_{m-1} построен, то V_m получается добавлением к V_{m-1} новой вершины v_{m+1} . Множество E_m включает в себя E_{m-1} и ребра, которые задаются следующим образом. Для $d \in \mathbb{N}$ пусть X_m^1, \dots, X_m^d – независимые одинаково распределенные случайные элементы, принимающие значения во множестве V_{m-1} , причем

$$\mathbb{P}(X_m^1 = v_i) = \frac{\deg v_i}{2m-2}, \quad 1 \leq i \leq m.$$

Проведем ребро между v_{m+1} и той из вершин, определяемых X_m^1, \dots, X_m^d , которая имеет наименьшую степень. Если несколько вершин имеют наименьшую степень, то выберем любую из них с равной вероятностью. В [2] было показано, что при каждом фиксированном d выполнено соотношение

$$\mathbb{P} \left(\frac{\log \log m}{m} - C < \deg G_m < \frac{\log \log m}{m} + C \right) \rightarrow 1, \quad m \rightarrow \infty,$$

где $\deg G_m$ – максимальная степень вершины в графе G_m и C – некоторая положительная константа. Настоящая работа посвящена доказательству предположения, высказанного в [2]. Пусть $\lceil x \rceil$ – наименьшее целое число, большее или равное x .

Теорема 1 *Существуют константы $A, C > 0$ такие, что при $d = \lceil A \log m \rceil$ выполнено неравенство*

$$\mathbb{P} \left(\max_{m \geq 1} \deg G_m < C \right) > 0.$$

Основную роль при доказательстве играет оценка вероятности увеличения $\deg G_{m-1}$ на m -ом шаге. Данная модель может использоваться для изучения растущих коммуникационных систем с ограниченной нагрузкой на узловые элементы.

Литература

1. Flaxman A., Frieze A., Fenner T. High degree vertices and eigenvalues in the preferential attachment graph// Internet Mathematics, Vol. 2 No. 1 2005. pp.1-19.
2. Malyshkin Y., Paquette E. The Power of 2 Choices Over Preferential Attachment// <http://arxiv.org/abs/1311.1091>