

Секция «Математика и механика»

Длина алгебры полумагических матриц

Сочнев Сергей Дмитриевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: socharik80@gmail.com

Пусть даны конечномерная ассоциативная алгебра A с единицей над произвольным полем F , и S — конечная система порождающих этой алгебры. *Длиной* S называется минимальное натуральное число k такое, что многочлены от элементов S степени не более k порождают всю алгебру. *Длиной алгебры* A называется максимум длины S по всевозможным системам S , порождающим алгебру A . (строгое определение в [1])

Длины различных алгебр изучаются уже более 30 лет, однако точные значения длины известны лишь у немногих алгебр. Например, до сих пор не известна длина алгебры квадратных матриц размерности выше 5 [2].

В данной работе изучается длина полумагических матриц (матрица называется полумагической, если сумма её элементов по любой строке или столбцу одинакова). Найдена длина некоторых порождающих систем, установлена связь между длиной алгебры полумагических и квадратных матриц.

В частности, возьмем произвольную систему транспозиций $T \subset S_n$ (группа перестановок), порождающую S_n . Сопоставим ей множество перестановочных матриц \mathcal{T} . Также построим граф G , состоящий из n вершин, причем вершины i и j соединены ребром тогда и только тогда, когда транспозиция $(i, j) \in T$

Теорема. При $n \in \mathbb{N}$ над произвольным полем длина множества $\mathcal{T} \subset P_n$, построенного по минимальной порождающей системе транспозиций $T \subset S_n$, равна диаметру соответствующего системе T графа G .

Литература

1. Markova O.V. Commutative matrix subalgebras and length function
2. Pappacena C. J. An upper bound for the length of a finite-dimensional algebra // J. Algebra. - 1997. - Vol. 197. - P. 535-545

Слова благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Гутерману А.Э. за постановку задачи, активную помощь в работе и ценные обсуждения. Исследование проведено при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ 12-01-00140, МД-962.2014.1