

Секция «Математика и механика»

Геометрические свойства C -детерминантного образа

Жила Александра Игоревна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: saffeya@yandex.ru

Пусть M_n - алгебра $n \times n$ комплексных матриц, а U_n - группа $n \times n$ унитарных матриц. Для матрицы $A \in M_n$ числовой образ определяется как:

$$W(A) = \{x^*Ax : x \in \mathbb{C}^n, x^*x = 1\}$$

Для $A, C \in M_n$ определен C - детерминантный образ A :

$$\Delta_C(A) = \{\det(A - UCU^*) : U \in U_n\}.$$

Представляют интерес его геометрические свойства. Например, в [1] рассмотрен случай $A, C \in M_2$. Получены следующие результаты:

Теорема 1 Для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

$$\forall c, a_i \in \mathbb{C}, i = 1, \dots, n-1, c \neq 0 : |a_1 \cdots a_{n-1} c| > 1$$

верно, что $\Delta_C(A)$ является диском с центром в 0 и радиусом $|a_1 \cdots a_{n-1} c|$.

Теорема 2 Для обратимой нормальной матрицы C и диагональной матрицы $A = \text{diag}\{a, 0, \dots, 0\}$ размеров n на n верно:

$$\Delta_C(A) \subseteq (-1)^n \det C (1 - a(W(C^{-1})))$$

Литература

1. N. Bebiano and G. Soares, Three observations on the determinantal range, *Linear Algebra Appl.* **401** (2005), 211-220.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность Гутерману А.Э. за постановку задачи и внимание к работе. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ 12-01-00140 и МД-962.2014.1