Секция «Математика и механика»

Относительные голоморфы свободных абелевых групп

Разина Анастасия Владимировна
Студент
Томский государственный университет, Механико-математический факультет, Томск, Россия
E-mail: anastacie.razina@mail.ru

При исследовании свойств группы G и её группы автоморфизмов $Aut(G)$ удобно рассматривать такую алгебраическую систему, в которую изоморфно вкладывались бы как сама группа G, так и группа ее автоморфизмов $Aut(G)$. Одной из таких систем является голоморф группы G – полупрямое расширение группы G с помощью группы ее автоморфизмов, обозначаемое через $\Gamma(G)$. Для групповой операции в группе $Aut(G)$ пользуемся мультипликативной записью, а для групповых операций в G и $\Gamma(G)$ - аддитивной записью. Голоморф группы можно рассматривать как множество пар вида (g, σ), где $g \in G$, $\sigma \in Aut(G)$. $\Gamma(G)$ является группой относительно операции сложения, введенной следующим образом:

$$(g, \sigma) + (a, \tau) = (g + \sigma a, \sigma\tau)$$

Если голоморфы групп изоморфны, то такие группы называются голоморфно изоморфными. Говорят, что группа A определяется своим голоморфом в некотором классе групп, если любая группа из этого класса, голоморфно изоморфная группе A, изоморфна группе A. В [5] В. Миллс показал, что всякая конечно порожденная абелева группа определяется своим голоморфом в классе всех конечно порожденных абелевых групп. Полезные факты о свойствах голоморфов абелевых групп и об определяемости групп своими голоморфами содержатся в работах [1,2,3]. Часто вместо всей группы $Aut(G)$ рассматривается некоторая подгруппа Φ группы $Aut(G)$. В этом случае естественным образом возникает понятие относительного голоморфа, обозначаемого через $\Gamma(G, \Phi)$. Отметим, что ряд интересных результатов об относительных голоморфах абелевых групп содержится в [1]. Ранее было доказано, что свободные абелевы группы с изоморфными голоморфами изоморфны [4]. Пусть группа Φ содержит автоморфизм, переводящий любой элемент группы в противоположный. Доказаны следующие результаты: *Теорема.* Если G и G' – свободные абелевы группы, каждая из которых изоморфна нормальной подгруппе относительного голоморфа другой группы, то G и G' изоморфны. *Следствие.* Всякая свободная абелева группа определяется своим голоморфом в классе свободных абелевых групп.

Литература

1. Беккер И. Х. О голоморфах абелевых групп без кручения//Известия высших учебных заведений. Математика. 1974. № 3. С.3–13.

2. Гриншпон С. Я. Почти голоморфно изоморфные абелевы группы.//Труды ТГУ. Вопросы математики. Вып.3. 1975. Т. 220. С. 78-84

3. Гриншпон И. Э. Нормальные подгруппы голоморфов абелевых групп и почти голоморфный изоморфизм//Фундамент. и приклад.матем. 2007. N3. С.9-16.

4. Разина А.В. Голоморфы свободных абелевых групп.//Материалы Международной молодежной конференции "Современные проблемы прикладной математики и информатики"в рамках Фестиваля науки. Томск. 19-21 сентября 2012г. С.111–112.

5. Mills W. H. Multiple holomorphs of finitely generated abelian groups // Trans. Amer.Math. Soc. 1950. Vol. 71, no. 3. P. 379—392.

Слова благодарности

Хотелось бы выразить благодарность научному руководителю, Гриншпону Самуилу Яковлевичу, за помощь и поддержку.