Секция «Математика и механика»

Задача Стеклова в полуполосе с малым отверстием

Кожевников Денис Владимирович

Аспирант

Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, Физико-математический факультет, Уфа, Россия

E-mail: kozhevnikovbspu@gmail.com

Пусть Σ — интервал $(0,1)$ на оси абсцисс, $\Pi := \Sigma \times (0,\infty)$, B — ограниченная односвязная двумерная область с бесконечнодифференцируемой границей, $B_a := \{x : (a^{-1}x_1 - b, a^{-1}x_2 - c) \in B\}$, где $0 < b < 1$, $c > 0$, $0 < a \ll 1$, $\Pi_a := \Pi \backslash \overline{B_a}$.

В работе методом согласования асимптотических разложений [1] построены двучленные асимптотики по малому параметру a собственных значений краевой задачи

$$\begin{cases} \Delta w_a = 0 \quad \text{при } x \in \Pi_a, \\ w_a = 0 \quad \text{при } x \in \partial\Pi_a \backslash \overline{\Sigma}, \\ -\frac{\partial w_a}{\partial x_2} = \lambda_a w_a \quad \text{при } x \in \Sigma. \end{cases} \tag{1}$$

Доказана справедливость следующего утверждения.

Теорема. *Собственные значения* $\left\{\lambda_a^{(n)}\right\}_{n=1}^{\infty}$ *краевой задачи* (1) *являются простыми и имеют асимптотики*

$$\lambda_a^{(n)} = \pi n - \frac{1}{\ln a}\, 4\pi \mathrm{e}^{-2\pi c} \sin^2(\pi n b) \left(1 + o(1)\right).$$

Если $\sin(\pi n b) = 0$, *то*

$$\lambda_a^{(n)} = \pi n + a^2 4\pi^3 n^2 C_1(B) \mathrm{e}^{-2\pi c} \cos^2(\pi n b) \Big(1 + o(1)\Big),$$

где $C_1(B)$ *— положительный коэффициент из асимптотики*

$$v(x) = x_1 + C_0(B) - C_1(B)\frac{x_1}{|x|^2} - C_2(B)\frac{x_2}{|x|^2} + O\left(\frac{1}{|x|^2}\right), \qquad |x| \to 0$$

решения краевой задачи

$$\begin{cases} \Delta v = 0 \quad \textit{при } x \in \mathbb{R}^2 \backslash \overline{B}, \\ v = 0 \quad \textit{при } x \in \partial B. \end{cases}$$

Литература

1. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М., 1989.

Слова благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ-Поволжье (14-01-97024).