Секция «Математика и механика»

Число эквивалентных классов изображений

Агниашвили Павел Гурамович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: Colllapse@mail.ru

Данная работа является продолжением [1]. Рассматривается дискретно-геометрический подход к распознаванию образов [2], при котором изображение задается как конечное множество индексированных точек в n-мерном евклидовом пространстве. Одной из ключевых характеристик изображения является код — набор индексированных чисел, представляющих собой всевозможные отношения объемов n-тетраэдров на точках изображения. Такой код сохраняется при аффинных преобразованиях изображения, сохраняющих нумерацию точек, поэтому целому классу аффинно-эквивалентных изображений соответствует единственный код. Обратное утверждение верно не для всех изображений: коду соответствует единственный класс аффинно-эквивалентных изображений тогда и только тогда, когда изображения являются допустимыми [1]. Таким образом, несколько различных классов изображений могут иметь один код — такие классы называются эквивалентными. В работе исследуется число эквивалентных классов изображений. Для этого вводится понятие матрицы кода, измеримой матрицы и эквивалентных матриц. Измеримым матрицам кода взаимно-однозначно соответствуют классы афинно-эквивалентных изображений; эквивалентность на матрицах соответствует эквивалентности на классах изображений. Таким образом, задача сводится к исследованию числа эквивалентных изобразимых матриц кода. Вводятся понятия связных компонент и покрытий на множестве строк матрицы и рассматривается класс матриц $M_{l,\bar{r},\bar{m}}$ — это изобразимые матрицы, состоящие из l связных компонент $K_1, \ldots, K_l$, где каждая компонента K_i имеет r_i ненулевых столбцов ($\bar{r} = (r_1, \ldots, r_l)$) и покрытие из m_i строк ($\bar{m} = (m_1, \ldots, m_l)$). Для максимального числа $C_{l,\bar{r},\bar{m}}$ попарно эквивалентных матриц из класса $M_{l,\bar{r},\bar{m}}$ имеет место следующее представление:

$$C_{l,\bar{r},\bar{m}} = 2^{\sum m_i - l} \prod_{i=1}^{l} \theta_i C_{r_i - m_i + 1}.$$

Здесь $\theta_i \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ для нечетного значения $r_i - m_i + 1$, и $\theta_i \in \left[\frac{2}{5}, 1\right]$ для четного значения $r_i - m_i + 1$; число $C_{r_i - m_i + 1}$ определяется через биномиальные коэффициенты следующим образом: $C_m = C_m^{(m-1)/2}$ для нечетных m, и $C_m = \frac{1}{2} C_{m+1}^{m/2}$ для четных m. С использованием данного факта доказывается следующая оценка для максимального числа $C(d)$ эквивалентных классов изображений размерности d:

$$2^{d-2} \leq C(d) \leq 2^{d-1}.$$

Литература

1. Агниашвили П.Г. Однозначность восстановления изображения по его коду в n-мерном случае // Интеллектуальные системы. 2011. Т. 15, вып. 1-4. С. 293-332.

2. Козлов В.Н. Элементы математической теории зрительного восприятия. М., 2001.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору Козлову Вадиму Никитовичу за постановку задачи и научное руководство.