

Секция «Математика и механика»

**Численное исследование задачи стабилизации по начальным данным
двумерного неоднородного уравнения теплопроводности методом
проектирования на устойчивое многообразие**

Давлатов Шохрух Рустамович

Студент

*Филиал МГУ имени Ломоносова в г. Душанбе, Факультет естественных наук,
Душанбе, Таджикистан*

E-mail: shohrukh_9704@mail.ru

Задача обеспечения оптимального температурного режима в неоднородной среде при наложенных ограничениях на управление (например, на допустимую температуру и мощность нагрева внешней границы) всегда привлекала внимание технологов из различных областей. Целью данной работы является расширение относительно нового класса методов для решения задач асимптотического управления процессом нагрева/охлаждения неоднородной теплопроводящей области как с внутренней, так и внешней части границы.

Исходная задача стабилизации сводится к проектированию заданного начального распределения температуры на сильно устойчивое линейное многообразие решений, заданное в пространстве всех допустимых начальных температур для построенной специальным образом расширенной задачи. Соответствующее многообразие обеспечивает требуемую скорость процесса стабилизации для расширенной задачи, а след найденной функции температуры на границе исходной области является искомым граничным управлением.

Таким образом, построение управляющих краевых условий, обеспечивающих стабилизацию решения с требуемой скоростью, реализуется за два шага. Во-первых, начальная функция температуры продолжается в расширенную область. Во-вторых, полученная функция изменяется вдоль некоторого подпространства допустимых смещений только в области продолжения так, что найденная начальная функция температуры принадлежит сильно устойчивому многообразию.

В моей работе я рассматриваю одномерную и двумерную задачи теплопроводности на примере медного стержня и прямоугольной пластины. Постановка задачи следующая:

- рассматривается стандартное уравнение параболического типа в некоторой области
- заданы начальная температура и коэффициент теплопроводности

Далее, рассматриваю следующую задачу: по заданной начальной и конечной температуре, найти такую граничную функцию, что с течением времени, норма разности текущей и конечной температуры стремится к нулю с наивысшей асимптотической скоростью.

Процесс построения управляющего краевого условия состоит из следующих шагов. Выписываем уравнение для разности температур и построим в некоторой области соответствующую расширенную задачу. Начальную температуру и коэффициент теплопроводности, также продолжаем из исходной области в расширенную область. Отметим, что данное продолжение имеет естественную физическую аналогию, но является математическим приемом и не требует инженерной реализации. Зададим так

называемое подпространство допустимых смещений, для расширенной области и определим такую поправку, что решение расширенной задачи с "поправленным" начальным условием, стремится к нулю с требуемой скоростью.

Отсюда получаем, что след решения расширенной задачи на границе исходной ("маленькой") области позволяет найти нужные управляющие краевые условия, которые обеспечивают требуемое условие стабилизации. Таким образом, достаточно продолжить (если это возможно) начальную функцию из исходной области в расширенную область.

Литература

1. Корнев А.А. Современные подходы к исследованию задачи асимптотического управления оптимальным процессом нагрева.
2. Чижонков Е.В. Об операторах проектирования для численной стабилизации //Вычислительные методы и программирование. 2004. N.5. С. 161-169.
3. Ведерникова Э.Ю., Корнев А.А. К задаче о нагреве стрижня //Вестник МГУ. Сер. 1. Математика, механика, 2013.

Иллюстрации

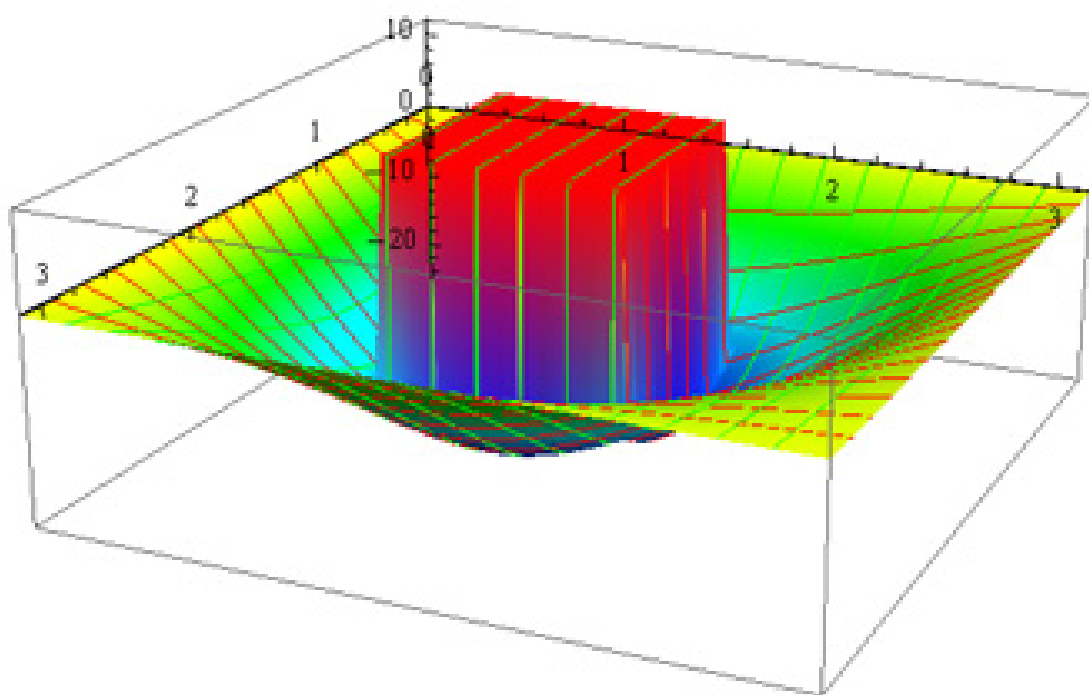


Рис. 1: Распределение температуры в начальный момент времени (расширенная область, в середине - пластина)