

СЕТОЧНАЯ МОДИФИКАЦИЯ ЕМ-АЛГОРИТМА ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ СМЕСЕЙ НОРМАЛЬНЫХ ЗАКОНОВ

*Королев Виктор Юрьевич, Хавронич Ярослав Олегович,
Дорофеева Александра Владимировна*

Профессор, Студент, Студент

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: 63Jaroslav@mail.ru seflkjewflk

Вследствие глобального и непрерывного разрастания информации в бесконечном многообразии ее форм и функций - в течение последних декад поиск новых моделей исследования информации стал, пожалуй, максимально необходим ? более необходим, чем когда-либо. В этом контексте новые вероятностно-статистические методы обретают особую значимость. Статистический анализ реальных данных с бирж разных стран мира показывает, что распределения приращений процессов биржевых цен на интервалах времени небольшой длины отличаются от всем известных и хорошо изученных нормальных распределений. Впервые этот факт был отмечен ещё в 1915 году. Наблюдаемая не-нормальность заключается в том, что в реальности наблюдается намного больше очень больших и очень маленьких по абсолютной величине значений приращений, чем если бы приращения имели нормальное распределение. Один из подходов, призванных объяснить этот и другие эффекты, наблюдаемые на финансовых рынках базируется на использовании предельных теорем для обобщенных процессов Кокса. В качестве предельных для этих теорем выступают сдвиг-масштабные смеси нормальных законов. Данная работа посвящена новому методу разделения смесей нормальных законов, который представляет из себя сеточную модификацию ЕМ-алгоритма. Наибольшее внимание уделяется двум частным случаям таких смесей: Обобщенному гиперболическому распределению и Обобщенному дисперсионному-гамма распределению. Дадим краткую характеристику каждому из этих семейств

Определение 1.

Определение 2.

Рассмотрим следующий алгоритм оценки параметров представленных распределений по эмпирическим данным. На первом этапе на положительной полупрямой выделяется основная часть носителя смещивающего распределения. Иными словами, выделяется ограниченный интервал, вероятность которого, вычисленная в соответствии со смещивающим распределением, практически равна едини-

це. Параметр β положим равным нулю, приблизим искомое распределение конечной смесью нормальных законов.

В данной смеси неизвестными являются только параметры $p_1, \dots, p_{k-1}, \alpha$. Пусть x_1, \dots, x_n - выборка значений случайной величины с оцениваемым распределением. Итерационный процесс, определяющий сеточный EM-алгоритм для данной задачи задается следующим образом:

В книге [1] показано, что при каждом фиксированном α функция правдоподобия выпукла по $p_1 \dots p_n$. В силу этого указанный итерационный процесс сходится. На втором этапе применяется сеточная модификация метода Нелдера-Мида для подгонки смещающего распределения путем минимизации статистики Хи-квадрат

Литература

1. Королев В. Ю. Вероятностно-статистические методы декомпозиции волатильности хаотических процессов. М.: Издательство МГУ, 2011.
2. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М.: МЦНМО, 2011.
3. Королев В. Ю. Обобщенные дисперсионные гамма-распределения как предельные для случайных сумм