

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВ
ДОСТИЖИМОСТИ НА ОСНОВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ
ВЫЧИСЛЕНИЙ. ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ
НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ.**

Новикова Алина Олеговна

Аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: novikova.a.o@gmail.com

Оптимальное управление охватывает широкий круг задач, в которых, при определённых ограничениях на ресурсы, требуется минимизировать (максимизировать) заданный критерий качества. Задачи оптимального управления встречаются в различных областях науки, техники, медицины, экономики, экологии. Актуальными являются задачи ядерной энергетики (управление охлаждением реактора), робототехники (движение роботов, управление всевозможными станками и автоматами), механики полёта (самонаводящиеся ракеты, автопилоты, автоматическая стыковка на орбите, управление самолетом), экономики (задачи долгосрочного планирования), экологии (расчёт допустимого воздействия на экосистему), биофизики и медицины (модели распространения эпидемии) и т. д.

В задачах оптимального управления важную роль играет множество достижимости [1], описывающее все возможные положения управляемой системы в заданный момент времени.

Рассмотрены два метода построения множеств достижимости для управляемых систем: первый метод — метод, основанный на принципе максимума Понтрягина, второй — пиксельный метод [3]. Пиксельный метод позволяет решать более широкий круг задач, но требует больших вычислительных затрат. Предлагаемые алгоритмы позволяют эффективно разделить процедуру вычислений на множество независимых параллельных процессов, поэтому для программирования используется технология CUDA [4]. Применение такой технологии эффективно сокращает время вычислений.

Подготовленная программа позволила провести численные исследования множеств достижимости ряда линейных и нелинейных двумерных управляемых систем с различными областями управления и множествами начальных состояний управляемого объекта, исследованы контрольные задачи, в частности, пример Ли-Маркуса. Результаты вычислений сопоставлены с известными аналитическими решениями [1], [2]. Проведённые исследования показывают эффек-

тивность предлагаемых алгоритмов.

Разработанная программа может быть полезной при анализе управляемых моделей, представляющих прикладной интерес. Например, данный подход может быть эффективным при решении задачи оптимального программного управления ракетой-носителем (РН) типа Союз-2 [5] с целью выведения максимальной массы РН на заданные околоземные эллиптические орбиты.

С целью дальнейшего рассмотрения задачи более высокой размерности исследована двумерная нелинейная задача быстрогодействия — прототип задачи управления ракетой-носителем. Для решения данной задачи привлекается принцип максимума Понтрягина. Дано описание множества управляемости объекта. Показано, что изучаемый объект обладает свойством неколебательности. Построена линия переключения, проходящая через точку финиша (точку предполагаемой цели). Интерес к изучаемым вопросам мотивируется прикладной интерпретацией модели.

Литература

1. Киселёв Ю.Н., Аввакумов С.Н., Орлов М.В. Оптимальное управление. Линейная теория и приложения: Учебное пособие. М.: МАКС Пресс, 2007.
2. Киселёв Ю.Н. Построение точных решений для нелинейной задачи быстрогодействия специального вида: Фундаментальная и прикладная математика. Т. 3. Выпуск 3, 847–868. 1997.
3. Гусейнов Х.Г., Моисеев А.Н., Ушаков В.Н. Об аппроксимации областей достижимости управляемых систем. Прикладная математика и механика. Т. 62. Выпуск 2, 179–187. 1998.
4. Боресков А.В., Харламов А.А. Основы работы с технологией CUDA: Учебное пособие. М.: ДМК-Пресс, 2010.
5. Костоусова Е.К., Починский В.И. О задачах выведения ракеты-носителя на заданные эллиптические орбиты. Труды института математики и механики УрО РАН, Т. 17. Выпуск 3, 201–216. 2011.
6. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969.
7. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: 1961.

8. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М: МАКС Пресс, 2007.