

Секция «Математика и механика»

Системы линейных и полулинейных отображений

Климчук Татьяна Владимировна

Студент

Киевский Национальный Университет имени Тараса Шевченко,

Механико-математический факультет, Киев, Украина

E-mail: missklimchuck@yandex.ru

Обобщая понятие колчана, введенное Габриелем (1972), Сергейчук (2007) назвал биколчаном ориентированный граф с целыми и пунктирными стрелками. Его представление сопоставляет каждой точке комплексное векторное пространство, каждой сплошной стрелке – линейное отображение, и каждой пунктирной стрелке – полулинейное отображение соответствующих векторных пространств. Напомним, что отображение $\mathcal{A} : U \rightarrow V$ между двумя комплексными векторными пространствами называется *полулинейным*, если $\mathcal{A}(u + u') = \mathcal{A}u + \mathcal{A}u'$ и $\mathcal{A}(\alpha u) = \bar{\alpha}\mathcal{A}u$ для всех $u, u' \in U$ и $\alpha \in \mathbb{C}$.

Гельфанд и Пономарёв [1] доказали, что задача классификации пары коммутирующих линейных операторов содержит задачу классификации n -нок линейных операторов для любого n . Обобщая этот результат, Дуарте де Оливейра, Хорн, Сергейчук и я [2] доказали, что задача классификации пары полулинейных отображений содержит задачу классификации представлений любого биколчана (т.е. любой системы линейных и полулинейных отображений) и поэтому ее следует считать безнадежной.

Донован и Фройслих (1973) назвали классификационную задачу *дикой*, если она содержит задачу классификации пары линейных отображений, остальные задачи они назвали *ручными*. Гельфанд (1971) описал все колчаны конечного типа (с конечным числом неразложимых представлений) и классифицировал их представления. Назарова (1973) и, независимо, Донован и Фройслих (1973) описали все колчаны бесконечного ручного типа и классифицировали их представления. Эти результаты обобщаются на представления биколчанов:

Теорема. *Связный биколчан имеет конечный или бесконечный ручной тип тогда и только тогда, когда он может быть получен заменой ребер сплошными и пунктирными стрелками в одной из схем Дынкина A_n, D_n, E_6, E_7, E_8 или, соответственно, расширенных схем Дынкина $\tilde{A}_n, \tilde{D}_n, \tilde{E}_6, \tilde{E}_7, \tilde{E}_8$.*

Получена классификация представлений биколчанов ручного типа.

Литература

1. И.М. Гельфанд, В.А. Пономарев. Замечания о классификации пары коммутирующих линейных преобразований в конечномерном пространстве // Функц. анализ и его прил., 1969, No. 4. С. 81-82.
2. D. Duarte de Oliveira, R.A. Horn, T. Klimchuk, V.V. Sergeichuk. Remarks on the classification of a pair of commuting semilinear operators // Linear Algebra Appl., 2012; doi:10.1016/j.laa.2011.11.029.