Секция «Математика и механика»

Квазиинвариантная относительно действия гладких диффеоморфизмов мера.

Романов Евгений Дмитриевич
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: romanoved@yandex.ru

В работе приводится построение меры, квазиинвариантой относительно естественного действия достаточно гладких диффеоморфизмов $\mathbb{R}^{\mathrm{d}}$ на борелевской σ-алгебре подпространства $\Omega \subset \mathrm{C}^1([0,1], \mathbb{R}^{\mathrm{d}}) \times \mathrm{C}^1([0,1], \mathrm{M}_{\mathrm{d}})$.

Ω является пространством непрерывно-дифференцируемых траекторий в d-мерном евклидовом пространстве и координатных реперов (невырожденных d-мерных матриц), определённых вдоль них.

Пусть $(X, \mathfrak{B})$ - измеримое пространство с выделенной σ-алгеброй, G - некоторая группа его измеримых автоморфизмов. Тогда мера μ на $(X, \mathfrak{B})$ называется квазиинвариантной относительно действия группы G, если $\forall g \in G \; \forall A \in (X, \mathfrak{B})$ преобразованная мера $\mu_g(A) = \mu(g^{-1}A)$ эквивалентна мере μ.

Диффеоморфизм является заменой координат в $\mathbb{R}^{\mathrm{d}}$, по-этому под естественным действием $g \in \mathrm{Diff}^1(\mathbb{R}^{\mathrm{d}})$ понимается отображения кривой в свой образ и изменение базиса под действием дифференциала отображения, то есть для $(x(\cdot), X(\cdot)) \in \Omega$ имеем:

$x(t) \to g(x(t))$, $X(t) \to g'(x(t))X(t)$.

Сама мера получается из Винеровской с помощью довольно простого отображения вида:

$x(t) \to X^{-1}(t)x'(t)$, $x(t) \to X^{-1}(t)X'(t)$.

Меры с подобными свойствами на других функциональных пространствах получены в работах [1,2]. Кроме того, результат является обобщением теоремы о сдвиге винеровской меры, изложенной в [3].

Литература

1. Шавгулидзе Е.Т. Об одной мере, квазиинвариантной относительно действия группы диффеоморфизмов конечномерного многообразия. ДАН СССР. 1988. Т. 303, 4. С. 811-814.

2. Шавгулидзе Е.Т. Один пример меры, квазиинвариантной относительно действия группы диффеоморфизмов окружности. Функциональный анализ и его приложения 1978. Т. 12, 3. С. 55-60.

3. Х.-С. Го. Гауссовские меры в банаховых пространствах. Москва, издательство «МИР», 1979.