

Секция «Математика и механика»

О некоторых условиях голоморфного продолжения функций с границы области

Кузоватов Вячеслав Игоревич

Аспирант

Сибирский федеральный университет, Институт математики, Красноярск, Россия

E-mail: kuzovатов@yandex.ru

Данная работа посвящена голоморфному продолжению вещественно – аналитических функций, заданных на границе ограниченной области $D \subset \mathbb{C}^2$, в эту область. Речь пойдет о функциях с одномерным свойством голоморфного продолжения вдоль семейств комплексных прямых.

Будем говорить, что функция $f \in C(\partial D)$ обладает одномерным свойством голоморфного продолжения вдоль комплексной прямой l ($l \cap \partial D \neq \emptyset$), если существует функция f_l со следующими свойствами

- а) $f_l \in C(\overline{D} \cap l)$,
- б) $f_l = f$ на множестве $\partial D \cap l$,
- с) функция f_l голоморфна во внутренних (относительно топологии l) точках множества $\overline{D} \cap l$.

Пусть D – ограниченная строго выпуклая область в \mathbb{C}^2 с вещественно – аналитической границей ∂D , т. е. $D = \{w \mid \rho(w) < 0\}$, где функция $\rho(w_1, w_2)$ является вещественно – аналитической в некоторой окрестности замыкания области \overline{D} . При этом $\text{grad } \rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial w_1}, \frac{\partial \rho}{\partial w_2} \right) \neq 0$ на ∂D . Обозначим через \mathfrak{L}_{w_0} – семейство комплексных прямых, проходящих через точку w_0 , лежащую на границе, C^w обозначает класс вещественно – аналитических функций.

Пусть для всех точек границы выполнено условие

$$\text{Im} \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial w_2}(w) \right)^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial w_1^2}(w) - 2 \frac{\partial \rho}{\partial w_1}(w) \frac{\partial \rho}{\partial w_2}(w) \frac{\partial^2 \rho}{\partial w_1 \partial w_2}(w) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial w_1}(w) \right)^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial w_2^2}(w) \right] = 0. \quad (1)$$

Основным результатом работы является следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть функция $f \in C^w(\partial D)$ обладает одномерным свойством голоморфного продолжения вдоль всех комплексных прямых из \mathfrak{L}_{w_0} , пересекающих D , тогда функция f голоморфно продолжается в D .

Замечание 1. Если точка w_0 фиксируется заранее, то выполнение условия (1) нужно требовать только в точке w_0 .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО основано на разложении функции f в ряд Тейлора и равенстве нулю коэффициентов при антиголоморфных степенях.