

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Граничное управление неоднородным стержнем за критический промежуток времени

Беликов Антон Валентинович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Красногорск, Россия

E-mail: belikov.anton@gmail.com

Рассматривается описываемый в общем случае разрывным волновым уравнением и протекающий за критический промежуток времени $0 \leq t \leq T_{crit}$ процесс продольных колебаний неоднородного стержня, концами которого служат точки $x = 0$ и $x = l$. Предполагается, что стержень состоит из двух участков разной плотности и разной упругости, но с условием, что длины этих двух участков выбраны так, что время прохождения волны по каждому из них является одинаковым.

Все рассуждения проводятся в терминах обобщенного решения $u(x, t)$ из классов \widehat{W}_2^1 и \widehat{W}_2^2 , впервые введенных в [1] и [2], смешанной задачи для разрывного волнового уравнения с нулевыми начальными условиями и с граничными условиями одного из четырех типов (управление смещением на одном конце при закрепленном втором конце стержня: $u(0, t) = \mu(t), u(l, t) = 0$; управление упругой силой на одном конце стержня при свободном втором его конце: $u_x(0, t) = \mu(t), u_x(l, t) = 0$; управление смещениями на обоих концах стержня: $u(0, t) = \mu(t), u(l, t) = \nu(t)$; и управление упругими силами на обоих концах стержня: $u_x(0, t) = \mu(t), u_x(l, t) = \nu(t)$). Данное обобщенное решение такой задачи существует и единственно, что показано в работе [3].

Для каждого из описанных четырех случаев граничных условий рассматривается задача поиска таких функций граничного управления, выражающих эти условия, которые позволяют перевести изначально покоящейся стержень в заданное финальное состояние, характеризующееся заданным финальным смещением и финальной скоростью за критический промежуток времени.

Для каждого из описанных четырех случаев граничных управлений указывается необходимое и достаточное условие существования решения задачи их поиска, доказывается единственность решения и приводится его явный аналитический вид.

Литература

1. Ильин В.А. Волновое уравнение с граничным управлением на двух концах за произвольный промежуток времени. // Дифференц. уравнения. 1999. Т.35. No. 11. С.1517-1534.
2. Ильин В.А. Волновое уравнение с граничным управлением на одном конце при закрепленном втором конце. // Дифференц. уравнения. 1999. Т.35. No. 12. С.1640-1659.
3. Ильин В.А. О продольных колебаниях стержня, состоящего из двух участков разной плотности и упругости, в случае совпадения времени прохождения волны по каждому из этих участков. // ДАН. 2009. Т.429. No. 6. С.742-745.