

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Граничное управление смещениями на двух концах процесса вынужденных колебаний струны

Абдукаримов Махмадсалим Файзуллоевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, ВМК, Москва,
Россия

E-mail: mahmadsalim_86@mail.ru

В данной работе в терминах обобщенного решения из класса $\widehat{W}_2^1(Q_T)$, $Q_T = (0 < x < l) \times (0 < t < T)$ (этот класс впервые был введен в работе [1]) неоднородного волнового уравнения $u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = f(x, t)$ с конечной энергией изучается вопрос о граничном управлении колебаниями, производимом на двух концах струны $u(0, t) = \mu(t) \in W_2^1[0, T]$ и $u(l, t) = \nu(t) \in W_2^1[0, T]$.

В работе рассмотрены три случая: $T < l$, $T = l$ и $T > l$ (ради определенности и простоты будем считать, что $l < T \leq 2l$). В первом и втором из этих случаев для произвольных пяти функций $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $\varphi_1(x)$, $\psi_1(x)$ и $f(x, t)$ из классов

$$\varphi(x) \in W_2^1[0, l], \quad \psi(x) \in L_2[0, l], \quad \varphi_1(x) \in W_2^1[0, l], \quad \psi_1(x) \in L_2[0, l], \quad f(x, t) \in L_2(Q_T), \quad (*)$$

установлены необходимые и достаточные условия существования и единственности граничных управлений $\mu(t)$ и $\nu(t)$, переводящих процесс колебаний из начального состояния $\{u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x)\}$ в финальное состояние $\{u(x, T) = \varphi_1(x), u_t(x, T) = \psi_1(x)\}$, и эти граничные управления приведены в явном аналитическом виде. Во третьем случае показано, что искомые граничные управления существуют для совершенно произвольных пяти функций из классов (*), но они определяются неоднозначно. Получен их общий вид, в который входят четыре произвольные функции, определенные на сегментах длины $T - l$, принадлежащие на них классу W_2^1 и принимающие на концах этих сегментов заданные значения.

Из работ, относящихся к данной тематике, приведем работы [1-9], которые также посвящены изучению схожих вопросов в разных постановках.

Литература

1. Ильин В.А., Тихомиров В.В. // Дифференц. уравнения, 1999, т. 35, по.5, с. 692-704.
2. Ильин В.А. // Дифференц. уравнения, 2000, т. 36, по.11, с. 1513-1528.
3. Никитин А.А. // Докл. РАН, 2006, т.406, по.4, с. 458-461.
4. Васильев Ф.П. // Дифференц. уравнения, 1995, т. 31, по.11, с. 1893-1900.
5. Егоров А.И. // ДАН УССР, серия физ-мат. и техн. наук, 1986, по.5. С. 60-63.
6. Абдукаримов М.Ф. // Сб.ст. молодых ученых фак-та ВМК МГУ, 2011, вып.8, с.5-18.
7. Абдукаримов М.Ф. // Докл. АН Респ. Тадж., 2011, т.54, по.8, с.624-630.
8. Абдукаримов М.Ф. // Изв. АН Респ.Тадж., 2011, по.3, с.4-14.
9. Lions J.L. // SIAM Review, 1988, vol. 30, по.3, р. 1-68.