

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

О количестве аттракторов и индексах состояний в динамической системе двоичных векторов, ассоциированных с ориентациями цикла

Жаркова Анастасия Владимировна

Аспирант

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,
компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия

E-mail: VAnastasiyaV@gmail.com

Под конечной динамической системой понимается пара (S, δ) , где S — конечное непустое множество, элементы которого называются состояниями системы, $\delta: S \rightarrow S$ — отображение множества состояний в себя, называемое эволюционной функцией системы. Каждой конечной динамической системе сопоставляется карта — граф с множеством вершин S и дугами, проведенными из каждой вершины $s \in S$ в вершину $\delta(s)$. Компоненты связности графа, задающего динамическую систему, называются её бассейнами. Каждый бассейн представляет собой контур с входящими в него деревьями. Контур называется предельным циклом, или аттрактором. В [2] введены динамические системы бесконтурных графов следующим образом: каждому такому графу заданной размерности сопоставляется граф, полученный из него переориентацией всех дуг, входящих в стоки.

Основными проблемами теории конечных динамических систем являются задачи отыскания различных параметров системы без проведения динамики. К их числу относятся количество аттракторов в динамической системе заданной размерности, индекс состояния (расстояние до аттрактора того бассейна, которому принадлежит состояние). Автором составлены программы для ЭВМ, позволяющие вычислять различные параметры динамических систем двоичных векторов, ассоциированных с некоторыми типами графов (в частности, свидетельство РОСПАТЕНТа 2009614409, зарегистрировано 20 августа 2009 г.).

В настоящем сообщении подсчитывается количество аттракторов в динамической системе, ассоциированной с ориентациями цикла длины n , $n > 2$, которые естественным образом кодируются двоичными векторами размерности n (см. [1]). Также предлагается эффективный алгоритм подсчёта индекса состояния данной системы, доказывается его корректность и определяется максимальный из индексов.

Пусть B^n обозначает совокупность всех двоичных векторов размерности n , $n > 2$.

Теорема 1. Количество аттракторов в динамической системе двоичных векторов (B^n, θ) , ассоциированных с ориентациями цикла длины n , $n > 2$, равно

$$\sum_{d|n} k(d),$$

где

$$k(d) = \begin{cases} 1, & \text{если } d = 2; \\ \frac{2}{d} \sum_{d'|d} \mu\left(\frac{d}{d'}\right) \cdot (Fib(d' - 1) + Fib(d' + 1)), & \text{если } d \neq 2, \end{cases}$$

где $\mu(n)$ — функция Мёбиуса, $Fib(n)$ обозначает n -й элемент числовой последовательности Фибоначчи.

Теорема 2. Динамическая система двоичных векторов (B^n, θ) , ассоциированных с ориентациями цикла длины n , $n > 2$, имеет максимальный индекс, равный $\frac{n-1}{2} - 1$, при нечетном n и $\frac{n}{2} - 1$ при четном n .

Литература

1. Власова А.В. Ветвления в конечной динамической системе (B^n, θ) // Научные исследования студентов Саратовского государственного университета: Материалы итог. студ. науч. конф. Саратов, 2008. С. 57–58.
2. Barbosa V.C. An atlas of edge-reversal dynamics. London, 2001.