Секция «Философия. Культурология. Религиоведение»

Доказательность в неклассической математике.

Бойкова Дарья Валерьевна
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Философский факультет, Москва, Россия
E-mail: himar@inbox.ru

По мере развития математической науки, происходило изменение предметной области математики и критериев строгости математического доказательства. Начиная с обоснования математического анализа Коши и Вейерштрассом в XIX веке, можно говорить о формировании некоторого идеала строгости математического доказательства, ориентация на который сохраняется на протяжении всего XX века. Однако за прошедшее столетие в математической практике произошел ряд изменений, которые ставят под сомнение возможность придерживаться данных критериев строгости доказательства.

Отметим, что необходимо разделять математику как теорию, представленную как ряд положений, теорем и т. п., изложенных в порядке, удобном для изучения или преподавания, и математику как фактическую научную практику. Мы будем исходить из того, что отдельные способы ведения рассуждения, представления результатов, а также иные виды научной деятельности, могут более или менее стихийно возникать в научном сообществе, далеко не всегда являясь отрефлексированными и явно утверждаемыми. Некоторые из таких способов закрепляются в научной практике и в дальнейшем могут быть зафиксированы как составляющая часть научной рациональности. Наша задача в таком случае будет заключаться в том, чтобы выявить ряд явлений, которые постепенно становятся нормой в математической практике, но не вписываются в критерии, характерные для классической математике.

Обратимся к работам философов и математиков для того, чтобы выявить некоторые существенные черты доказательства в классической математике. В работе «Лекции о развитии математике в XIX столетии» Ф. Клейн пишет об обосновании О. Коши математического анализа: на первый план у Коши выходит не «свободная игра идей», а «дедуктивный ход мысли». Сравнивая работы Коши с работами Л. Эйлера, Клейн отмечает, что Коши вводит новый подход, который отличает его работы от работ его предшественников: «Давно известная дисциплина строится заново на основе только строго ограниченных, чисто аналитических понятий» [1, с. 117]. Далее Клейн делает акцент на том, что Коши не скрывает «сущность нового мира идей», подходя к математическим вопросам не только с формальной, но и с содержательной точки зрения (в этом моменте Клейн противопоставляет Коши Лагранжу). Для математики XIX века недостаточно использовать эффективные математические средства, необходимо обосновать их теоретически. Т. е. результат, полученный на основе средств, не имеющих обоснования не вполне результат. Таким образом, для классической математики характерно ориентироваться на требование строгости доказательства с одной стороны, и на требование достижимости математического содержания с другой стороны.

В то же время уже в XIX веке прослеживается различие между доказательством и проверкой, причем в чистой математике гносеологический приоритет остается за доказательством: математики XIX века «стремились обосновать свои выводы возможно более строгой дедукцией, а проверку результатов старались не вводить в публикуемый текст» [2, с. 57]. Фактически проверка использовалась ими, но даже самая тщательная проверка в чистой математике (в отличие от прикладной) не могла заменить строгого доказательства.

В XX веке появляется ряд теорем, в которых принципиально невыполнимыми оказываются один или оба требования классической математики. Так, на пути к достижению все большей строгости создавался аппарат математической логики. Предполагалось, что использование формальных языков поможет избежать неточностей, связанных с недостатками естественных языков. Однако на практике формализованные доказательства используются крайне редко, поскольку в большинстве случаев они громоздки и сложны для понимания [2, с. 87].

Еще более проблематичной представляется ситуация в отношении теорем, доказанных с применением вычислительной техники. Американский математик Р. Херш (R. Hersh) приводит несколько примеров использования вычислительной техники в математике. Во-первых, это использование Д. Г. Лемером (Derrick Henry Lehmer) компьютера для изучения простых чисел. Компьютер выступал здесь в качестве «помощника» исследователя, его функция сводилась к высказыванию предположения, которое далее могло быть доказано или опровергнуто человеком. В этом случае классические представления о доказательности не ставятся под сомнения. Однако позже появились доказательства, в которых вычисление компьютера является частью самого доказательства. В этом случае, во-первых, под сомнением оказывается строгость компьютерной части доказательства, поскольку с одной стороны, вычисление оказывается обусловлены материальной стороной процесса, а с другой стороны, правильная работа программы обеспечивается проведением серии тестирований, которые снижают вероятность ошибки, но не могут исключить такую возможность полностью. Во-вторых, предметное содержание такого доказательства остается недостижимой для человека из-за объема производимых вычислений. В связи с этим Р. Херш приводит мнения ряда математиков, не признающих доказанными теоремы, чьи доказательства включают в себя вычисления компьютера. Более существенным оказывается момент недостижимости содержания такого доказательства. Так, Д. Коген (Daniel Kohen) говорит о том, что математики стремятся прежде всего к понимаю, а не к накоплению фактов [3, с. 54], соответственно компьютерные доказательства понимаю не способствуют.

Любопытно, что в последние годы наблюдается некоторая реакция на подобные явления в математической среде. Р. Херш приводит в пример сообщение представителей Американского Математического общества, которые, стремясь сохранить приверженность классическим критериям строгости, предложили разделить математику на «истинную» и «эмпирическую» [3, с. 55].

Литература

1. 1. Клейн Ф., Лекции о развитии математики в XIX столетии, часть I, Объединенное научно-техническое издательство НКТИ СССР, Главная редакция технико-теоретической литературы, Москва, 1937, Ленинград.

2. 2. Петров Ю. П., История и философия науки. Математика, вычислительная техника, информатика. - Спб.: БХВ-Петербург, 2005. - 448 с.: ил.

3. 3. Hersh R., What is mathematics, really - Oxford University Press, 1997