

Секция «Математика и механика»

О МЕТОДЕ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ В ИССЛЕДОВАНИИ
ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА СО СМЕЩЕННЫМ ЦЕНТРОМ
МАСС

Лосякова Дарья Андреевна

Аспирант

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.

Королева, Летательных аппаратов, Самара, Россия

E-mail: Losjakova@termech.ru

Изучается пространственное движение твердого тела с неподвижной точкой в случае Лагранжа под действием момента, действующего в нутационной плоскости. Задача усложняется наличием малой асимметрии, связанной со смещением центра масс с оси геометрической симметрии. В этом случае появляется еще одна позиционная координата – угол собственного вращения, что при определенных условиях может приводить к возможности возникновения хаоса.

В работе показана возможность существования волчка со смещенным центром масс. На основании гамильтонова формализма выведены уравнения движения твердого тела в невозмущенном случае, для которых получены аналитические решения в эллиптических функциях.

Рассмотрен частный случай движения твердого тела, при котором проекции кинетического момента на ось собственного вращения и вертикальную ось неподвижной системы координат равны между собой ($p_\phi = p_\psi = p_A$). [1] При данных допущениях возможно наличие гомоклинической траектории в фазовом пространстве системы, для которой получено аналитическое решение.

На основе полученных аналитических зависимостей построена функция Мельникова в интерпретации Холмса-Масдена, являющейся многомерным обобщением классического метода Мельникова. В данном случае функция Мельникова найдена в виде:

$$M(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ H_0, \frac{H_1}{\Omega} \right\}_{\theta, p_\theta} dt,$$

где $\left\{ H_0, \frac{H_1}{\Omega} \right\}_{\theta, p_\theta}$ – скобка Пуассона, H_0 – гамильтониан невозмущенной системы, H_1 – коэффициент при втором слагаемом в разложении возмущенного гамильтониана по степеням малого параметра μ , $\Omega(\theta) = p \left(\frac{A}{C} - \frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta} \right)$ – возмущающая частота.

Численно показано наличие простых нулей функции Мельникова, что является доказательством возникновения хаотических движений в возмущенной системе. Наличие хаотических процессов также проиллюстрировано графически серией сечений Пуанкаре при различной величине малого параметра.

Литература

1. Holmes, P.J. Horseshoes and Arnold diffusion for Hamiltonian systems on lie groups/P.J. Holmes, J.E. Marsden//Indiana University Mathematics Journal. Vol. 32. – 1983. – No. 5. – С. 273-309.

Конференция «Ломоносов 2011»

Слова благодарности

Автор выражает благодарность за постановку задачи и постоянное внимание к работе профессора В.С. Асланова