

Секция «Математика и механика»

О МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Крылова Е.Ю.¹, Молоденкова Т.В.², Папкова И.В.³

1 - Саратовский государственный технический университет, Физико-технический,

2 - Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,

Физико-математический факультет, 3 - Саратовский государственный

университет имени Н.Г. Чернышевского, Механико-математический факультет,

Саратов, Россия

E-mail: kat.krylova@bk.ru

В качестве объекта исследования рассматривается прямоугольная в плане сферическая оболочка под действием внешней сдвиговой знакопеременной нагрузки с однородными граничными условиями, соответствующими шарнирному опиранию на гибкие несжимаемые ребра и нулевыми начальными условиями. В рамках теории дифференциальных уравнений нелинейная динамика гибких оболочек под действием сдвиговой нагрузки изучается впервые. Исходными являются уравнения теории пологих оболочек [1].

Нелинейные уравнения в частных производных с помощью методов конечных разностей по пространственным координатам с аппроксимацией $O(h^2)$ и $O(h^4)$ сводятся к нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнениям, которые по времени решаются несколькими методами типа Рунге-Кутты. Такими, как: метод Рунге-Кутты второго порядка, исправленный метод Эйлера, классический метод Рунге-Кутты четвертого порядка, исправленный метод Рунге-Кутты четвертого порядка, метод Фехельберга, метод Кэша-Карпа, метод Рунге-Кутты пятого порядка, метод Принса-Дорманда - метод Рунге-Кутты восьмого порядка [2,3]. На каждом шаге по времени решается система алгебраических уравнений относительно функции усилия.

Применение большого числа методов очень важно, так как рассматривается хаотическая нелинейная динамика, где малейшая погрешность по пространственным и временным координатам ведет к серьезной неточности результатов. Получение решений различными сочетаниями методов конечных разностей с указанными методами решения нелинейных однородных дифференциальных уравнений дает возможность подтвердить достоверность полученных результатов. Что является важным условием при рассмотрении пространственно-временного хаоса в распределенных системах. В таких задачах важным вопросом является также время счета, так как, согласно идее А. Пуанкаре необходимо изучать не отдельную траекторию движения, а все их многообразие. Для этого строятся карты типа колебаний размером 300x300 для управляющих параметров: амплитуды и частоты внешней нагрузки. Подобные карты позволяют изучить все многообразие поведения конструкции и выявить наиболее благоприятные параметры воздействия, что позволяет управлять состоянием системы и избегать опасных режимов ее работы, связанных с динамической потерей устойчивости и хаотическими колебаниями.

Литература

1. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. Москва, Наука, 1972, 432 с.

2. Krysko V.A., Awrejcewicz J. Chaos in Structural Mechanics. Springer. - Berlin, London, New-York, Paris, 2008. 400 p.
3. Krysko V.A., Awrejcewicz J., Krysko A.V. Thermo-dynamics of plates and shells. Springer.- Berlin, London, New-York, Paris, 2007. 777 p.