Секция «Математика и механика»

Локальное время в нуле для потока Арратья

Чернега Павел Петрович

Аспирант

Институт Математики, Отдел Теории Случайных процессов, Киев, Украина

E-mail: pashamail@gala.net

Определение 1

Поток Арратья - случайный процесс $x(u), u \in R$, заданный на вероятностном пространстве $(\Omega, \Im, P)$ со значениями в пространстве C([0; 1]) со следующими свойствами:

1. $x(u_k)$ - стандартный винеровский процесс, стартующий из u_k

2. $\forall t \in [0;1] : x(u_1, t) \leq ... \leq x(u_n, t)$

3. распределение $(x(u_1), ..., x(u_n))$ совпадает с распределением стандартного n- мерного винеровского процесса, начинающегося в $(u_1, ..., u_n)$ на множестве

$f \in C([0;1], R^n) : f_k(0) = u_k, k = \overline{1,n}, f_1(t) \leq ... \leq f_n(t), t \in [0;1]$

Лемма 1

$$\exists P - \text{п.н.} \lim_{\Delta \to 0+} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \lim\nolimits_{\varepsilon \to 0+} \int_0^{t \wedge \tau_{u_k}} f_\varepsilon \left(x\left(u_k, s\right)\right) ds,$$

$$u_k = k\Delta, \Delta = \frac{1}{2^m}, k \in Z, m \in N; x\left(,\right) - \text{поток Арратья};$$

$$f_\varepsilon\left(y\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varepsilon}} e^{-\frac{y^2}{2\varepsilon}}; \tau_{u_k} = \inf\left\{s : x\left(u_k, s\right) = x\left(u_{k-1}, s\right)\right\} \wedge 1$$

Указанный предел определяет W- функционал, отвечающий за суммарное локальное время в нуле до момента склейки для частиц потока:

$$\Phi_t := \int_{\mathbb{R}} \int_0^{t \wedge \tau_u} \delta_0(x(u,r))dr$$

Лемма 2

Характеристика Φ_t имеет вид :

$$M_\varphi \Phi_t = \int_0^t dr \int_0^{+\infty} dy\ f'_{\frac{r}{2}}(y) \int_{-\infty}^{+\infty} dz\ f_{\frac{r}{2}}(\varphi(z) + \frac{y}{\sqrt{2}})$$

Лемма 3

Ассимптотика на бесконечности сохраняет свое значение для произвольного момента времени t.

Доказательство

$$\frac{x(u,t)}{u} = \frac{x(u,0) + w_u(t)}{u}$$
$$\lim_{u \to ^+_- \infty} \frac{w_u(t)}{u} = 0 \qquad \text{P- п.н.}$$

$w_u(t)$ - винеровский процесс.

Литература

1. Дороговцев А.А. Мерозначные процессы.
2. Дынкин Е.Б. Марковские процессы.
3. Портенко Н.И., Скороход А.В., Шуренков В.М. Марковские процессы.
4. Гихман И.И, Скороход А. В. Стохастические дифференциальные уравнения.
5. Ethier S.N., Kurtz T.G. - Markov Processes Characterization and Convergence